

Concours EPITA – IPSA-ESME
Epreuve de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur
Visseuse à Chocs

Durée : 2 heures

L'utilisation de calculatrices est interdite. La consultation de documents est interdite.
Il est demandé d'encadrer les réponses finales.

Le sujet comporte 8 pages.

Notations

On notera :

- Le torseur cinématique du solide i par rapport au solide j : $V_{i/j} = \{\vec{\Omega}_{i/j} | \vec{V}_{P,i/j}\}_P$ où $\vec{\Omega}_{i/j}$ représente le vecteur taux de rotation du solide i par rapport au solide j et $\vec{V}_{P,i/j}$ le vecteur vitesse du point P dans le mouvement du solide i par rapport au solide j .
- Le torseur de l'action mécanique du solide i sur le solide j : $T_{i \rightarrow j} = \{\vec{R}_{i \rightarrow j} | \vec{M}_{P,i \rightarrow j}\}_P$ où $\vec{R}_{i \rightarrow j}$ représente la résultante de l'action mécanique du solide i sur le solide j et $\vec{M}_{P,i \rightarrow j}$ le moment en P de l'action mécanique du solide i sur le solide j .

Présentation

Les progrès dans les performances des batteries et des moteurs électriques ont considérablement contribué à leur démocratisation. Dans le domaine de l'outillage, ces progrès ont permis à des outils autrefois réservés aux professionnels de se démocratiser et de faciliter les travaux. Par ailleurs, l'absence d'un réseau énergétique sur un chantier était par le passé un obstacle, et l'apparition d'outillage électroportatif alimenté par batterie a considérablement facilité les chantiers. Les visseuses à chocs (Figure 1) en sont un exemple. Ces visseuses sont destinées à la fois aux chantiers d'immeubles mais aussi dans le domaine de la maintenance automobile, agricole et des transports routiers. Elles sont particulièrement utilisées dans le serrage ou desserrage d'éléments filetés (boulons) difficiles, le couple disponible peut aller jusqu'à 1000 N.m pour certains modèles les plus performants.



Figure 1 : Visseuse à chocs électroportative autonome

Fonctionnement

Une batterie alimente en énergie un onduleur et un moteur électrique brushless. Ce moteur entraîne un arbre en rotation. Un réducteur à train épicycloïdal adapte la puissance du moteur. Un mécanisme générateur de chocs entraîné par le porte satellite du réducteur transmet la puissance à la sortie.

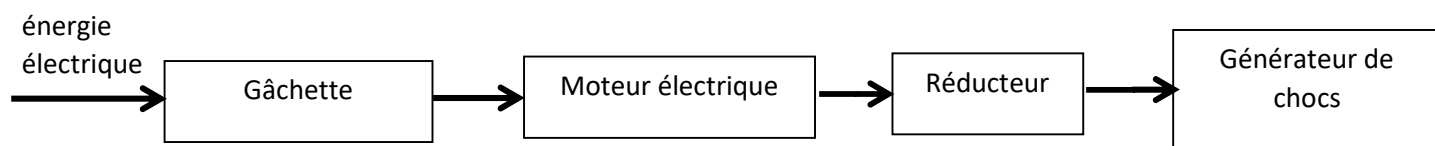


Figure 2 : Vue des pièces constitutives de l'ensemble mécanique (Marteau et réducteur, ressort, arbre de sortie).

Schéma cinématique

Le mécanisme est constitué par un moteur brushless 1. Il entraîne un réducteur à train épicycloïdal (planétaire sur le moteur 1, satellite 2 et couronne sur le bâti 0). Le mécanisme générateur de chocs est constitué des pièces 4 (marteau), 5 (arbre de sortie), et 6 (ressort).

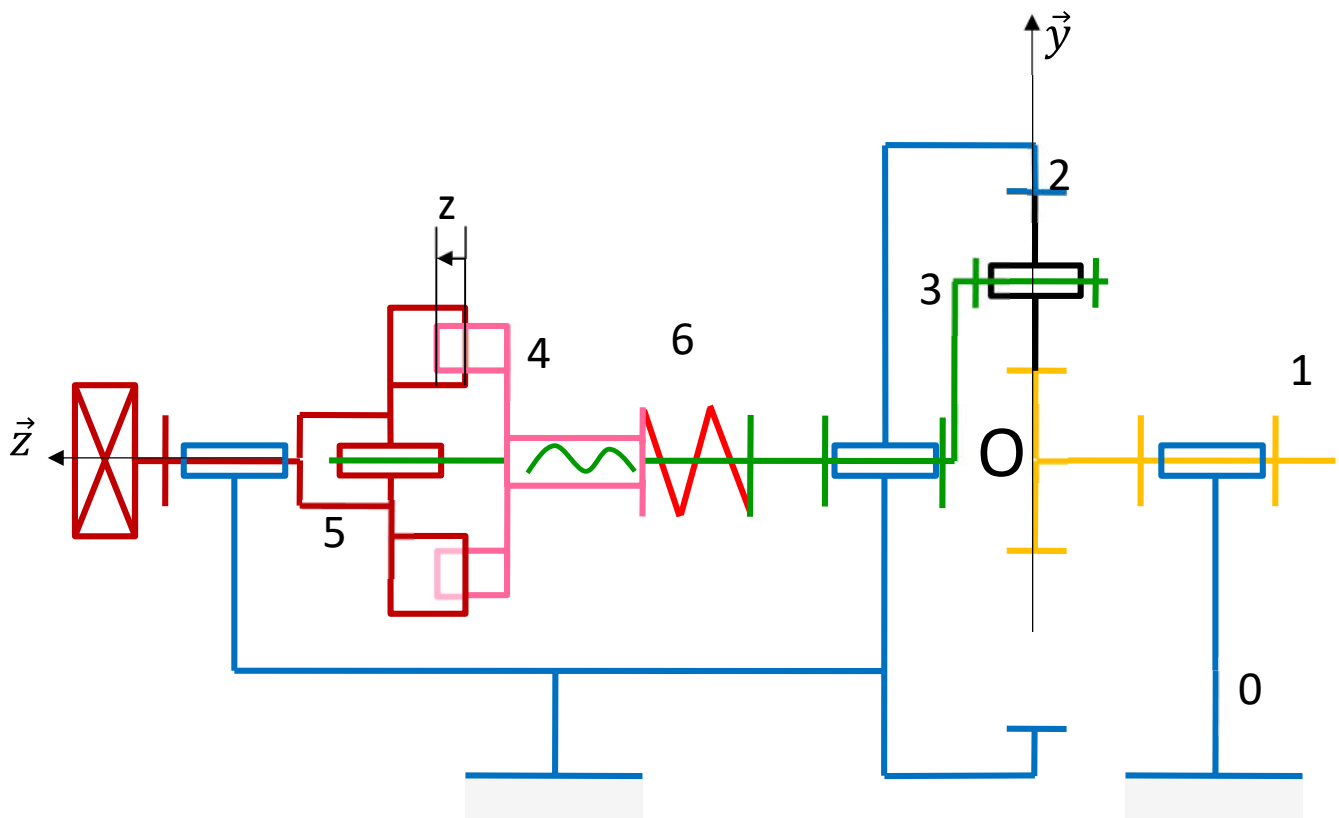


Figure 3 : Schéma cinématique du mécanisme.

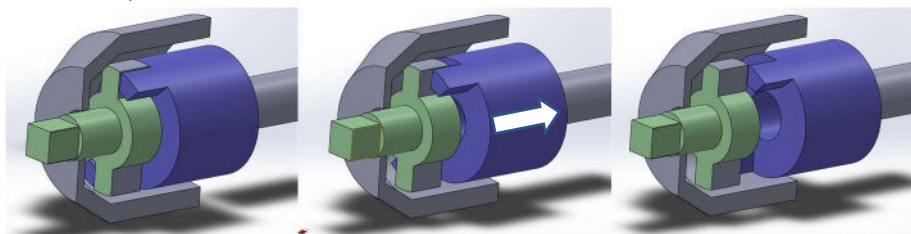
Fonctionnement du mécanisme générateur de chocs

Le mécanisme générateur de chocs est constitué par l'arbre de sortie 5, le marteau 4, un ressort 6, et l'ensemble est entraîné par la pièce 3.

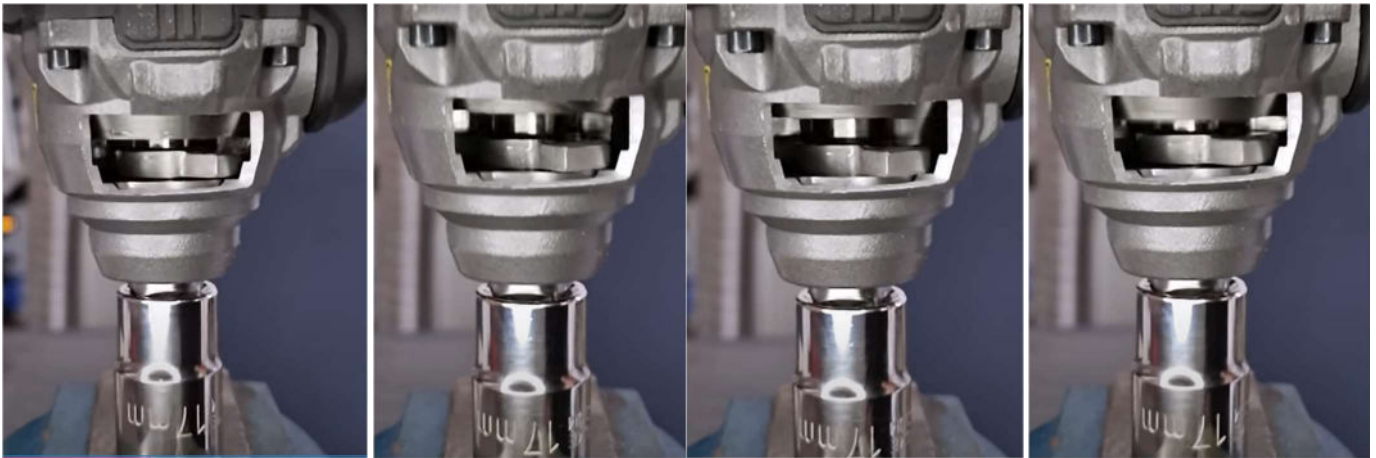
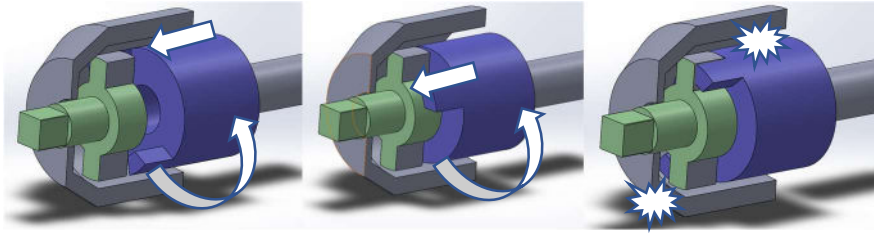
Si la pièce 5 n'est pas bloquée en rotation par la charge, tout l'ensemble 3-4-5 tourne à la même vitesse par rapport au bâti.

Si la pièce 5 est bloquée, le mécanisme générateur de chocs s'active

- Durant une première phase, la pièce 3 tourne, mais la pièce 4 est en appui sur la pièce 5 qui est immobile. Du fait de la liaison hélicoïdale entre 3 et 4, la pièce 4 recule (vers la droite sur le schéma cinématique), le ressort 6 se comprime et emmagasine de l'énergie potentielle élastique jusqu'à ce que les créneaux du marteau sortent des rainures de la pièce 5.

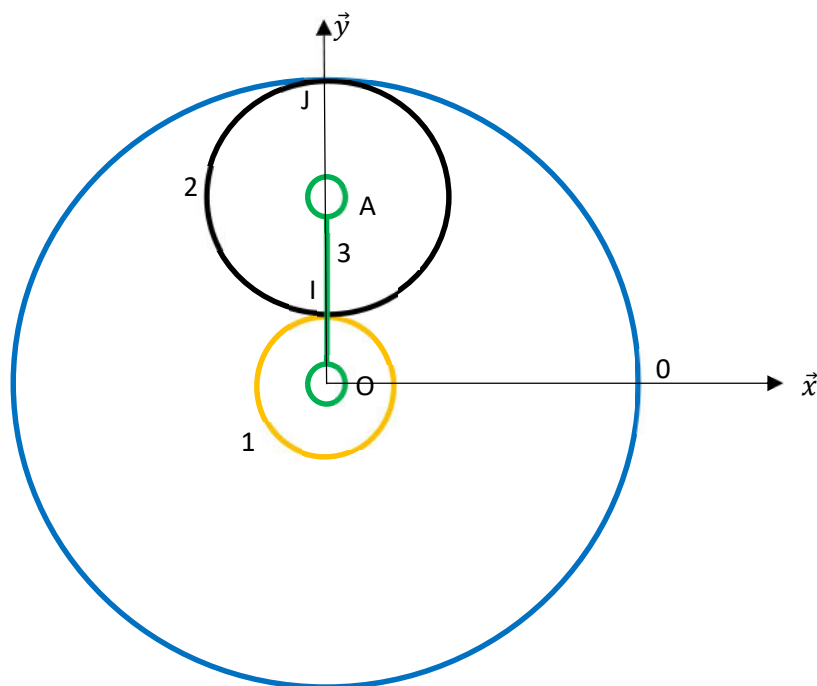


- Durant une seconde phase, le ressort se détend et restitue l'énergie emmagasinée. Il pousse ainsi le marteau 4 vers la gauche, et, du fait de la liaison hélicoïdale entre 3 et 4, le marteau accélère en translation mais aussi en rotation jusqu'au choc avec la pièce 5.



Partie 1 : Recherche de la loi entrée sortie

Objectif : L'objectif de cette partie est de déterminer la loi entrée - sortie du réducteur à train épicycloïdal.



La base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est fixe par rapport à la pièce 3.

Le réducteur est constitué des pièces suivantes :

- Bâti 0 ;
- Moteur 1 ;
- Satellite 2 ;
- Porte-satellite 3.

Le pignon moteur comporte $Z_M = 14$ dents, le satellite comporte $Z_S = 18$ dents, et la couronne sur le bâti comporte $Z_C = 50$ dents. La vitesse de rotation du moteur 1 est notée $\omega_1 = 5000 \text{ tr/min}$ dans le sens positif sur l'axe \vec{z} . Le

module de toutes les dentures est noté $m = 1 \text{ mm}$. Le diamètre primitif d'une roue est égal au produit du module m par le nombre de dents.

1. Déterminer la vitesse du point I dans le mouvement de 1 par rapport à 0 notée $\overrightarrow{V_{I,1/0}}$ en fonction de ω_1 et des constantes du problème.

$$\overrightarrow{V_{I,1/0}} = -\frac{m \cdot Z_M}{2} \omega_1 \vec{x}$$

2. En déduire la vitesse du point I dans le mouvement de 2 par rapport à 0 notée $\overrightarrow{V_{I,2/0}}$ en fonction de ω_1 et des constantes du problème.

Il y a roulement sans glissement en I : $\overrightarrow{V_{I,2/0}} = -\frac{m \cdot Z_M}{2} \omega_1 \vec{x}$

3. Déterminer la vitesse du point J dans le mouvement de 2 par rapport à 0 notée $\overrightarrow{V_{J,2/0}}$ en fonction de ω_1 et des constantes du problème.

Il y a roulement sans glissement en 2 : $\overrightarrow{V_{J,2/0}} = \vec{0}$

4. En déduire la vitesse du point A dans le mouvement de 2 par rapport à 0 notée $\overrightarrow{V_{A,2/0}}$ en fonction de ω_1 et des constantes du problème.

$$\overrightarrow{V_{A,2/0}} = -\frac{m \cdot Z_M}{4} \omega_1 \vec{x}$$

5. Déterminer la vitesse de rotation de 3 dans son mouvement par rapport à 0 notée ω_3 en fonction de ω_1 et des constantes du problème. Faire l'application numérique.

$$\omega_3 = \frac{-\frac{m \cdot Z_M}{4}}{\frac{m \cdot Z_M}{2} + \frac{m \cdot Z_S}{2}} \omega_1 = -\frac{Z_M}{Z_M + Z_C} \omega_1 = -1 \text{ } 100 \text{ tr/min}$$

Partie 2 : Détermination de l'énergie au moment du choc, du couple de serrage ou desserrage et du couple résistant

Objectif : L'objectif de cette partie est de déterminer l'énergie que possède le marteau et d'en déduire le couple équivalent sur l'arbre de sortie.

Hypothèses :

- Dans cette partie, on fait l'hypothèse que la pièce 3 tourne à vitesse constante notée ω_3 et que la pièce 5 est bloquée par rapport au bâti 0 (cas d'un boulon difficile à desserrer).
 - Toutes les liaisons sont parfaites.
 - La raideur du ressort est notée $k = 5 \text{ N/mm}$.
 - Le déplacement suivant l'axe \vec{z} de la pièce 4 est noté z , comme défini sur le schéma cinématique (Figure 3).
 - Le ressort est précontraint avec une précharge $F_0 = 100 \text{ N}$ lorsque $z=0$.
 - Le ressort se comprime de $\delta = 8 \text{ mm}$ pendant la phase de compression.
 - A $t=0$, $z(0) = 0$ et $\dot{z}(0) = 0$.
6. Déterminer l'énergie E_r emmagasinée par le ressort pendant la phase de compression. Faire l'application numérique.

$$E_r = F_0 \cdot \delta + \frac{1}{2} k \cdot \delta^2 = 1 \text{ J}$$

Nous allons maintenant établir l'équation dynamique de la vitesse de rotation du marteau 4 durant la phase de détente du ressort.

On note J le moment d'inertie de la pièce 4 autour de son axe de rotation et M sa masse. La vitesse de rotation de la pièce 4 par rapport au bâti est notée ω_4 . La position de la pièce 4 est paramétrée par la cote $z(t)$.

Le pas de la liaison hélicoïdale entre 3 et 4 noté $p = 20 \text{ mm}$, le filet est à droite.

Le torseur de l'action mécanique de 3 sur 4 est noté $T_{3 \rightarrow 4} = \begin{Bmatrix} X_{34} \\ Y_{34} \\ Z_{34} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L_{34} \\ M_{34} \\ N_{34} \end{Bmatrix}_P$ avec $N_{34} = -\frac{p}{2\pi} Z_{34}$.

7. Déterminer le torseur cinématique en O de la pièce 4 dans son mouvement par rapport au bâti en fonction de z , de ses dérivées, de ω_3 et des constantes du problème.

$$V_{4/0} = \left\{ \begin{pmatrix} \omega_3 + \frac{2\pi}{p} \cdot \dot{z} \\ \dot{z} \cdot \vec{z} \end{pmatrix} \right\}_O$$

8. Isoler la pièce 4 et appliquer le Principe Fondamental de la dynamique. Ecrire l'équation de résultante sur l'axe \vec{z} et l'équation de moment autour de l'axe (O, \vec{z}) .

$$M \cdot \ddot{z} = F_{34} + F_0 - k \cdot z \text{ et } J \frac{d}{dt} \left(\omega_3 + \frac{2\pi}{p} \cdot \dot{z} \right) = N_{34}.$$

9. En déduire l'équation différentielle sur z .

$$\left(M + J \left(\frac{2\pi}{p} \right)^2 \right) \ddot{z} + k \cdot z = F_0$$

10. Résoudre cette équation. Tracer l'évolution de $z(t)$.

$$\text{On pose } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M + J \left(\frac{2\pi}{p} \right)^2}} \text{ et on obtient } z = \frac{F_0}{k} (1 - \cos(\omega_0 \cdot t))$$

Après le choc, l'arbre de sortie a tourné de $\theta=1^\circ$. On fait l'hypothèse que le couple est constant pendant le mouvement.

11. Déterminer le couple exercé sur l'arbre de sortie.

$$C = \frac{Er}{\theta} = 360 \text{ N.m}$$

Partie 3 : Asservissement en vitesse du moteur brushless

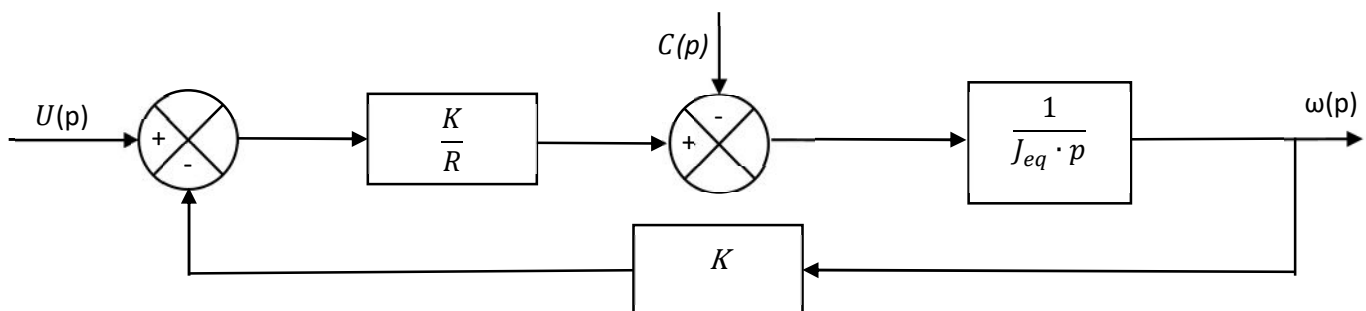
Objectif : L'objectif de cette partie est de proposer une stratégie de pilotage du moteur brushless en dépit des irrégularités du couple résistant.

On note ω la vitesse de rotation du moteur et ω_c la vitesse de consigne du moteur. Le moteur est soumis à un couple résistant dans les phases de chargement du ressort noté C .

Cahier des charges : on veut un écart $\omega_c - \omega$ en régime permanent nul vis-à-vis d'une consigne de vitesse en échelon ω_{c0} et d'une perturbation de couple résistant en rampe $C(t) = C_0 \cdot t$, et un temps de réponse à 5% inférieur à 0,02 s.

Modélisation du moteur et de la chaîne d'énergie :

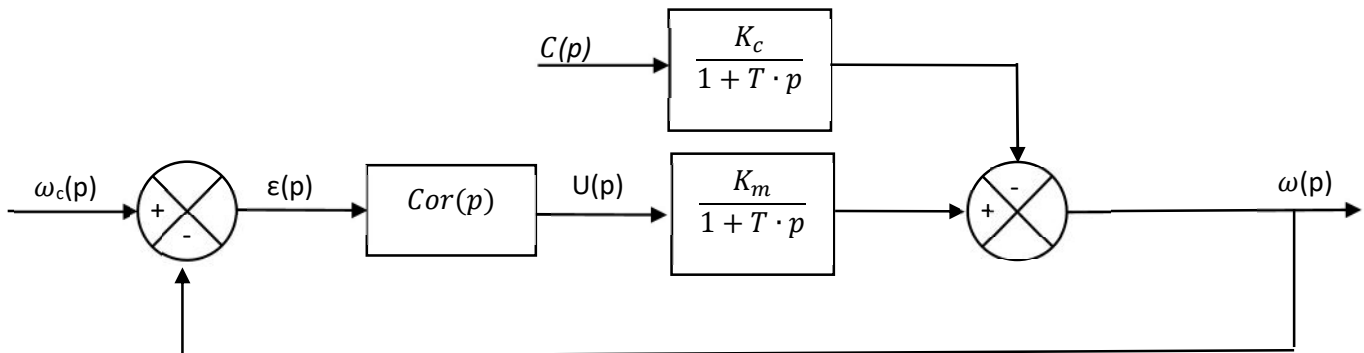
On modélise le moteur avec le schéma-bloc suivant :



12. Déterminer l'expression de $\omega(p)$ en fonction de $U(p)$ et $C(p)$. Mettre toutes les fonctions de transfert sous forme canonique.

$$\omega(p) = \frac{1/K}{1 + \frac{RJ}{K^2}p} U(p) - \frac{R/K^2}{1 + \frac{RJ}{K^2}p} C(p)$$

Modélisation de la chaîne d'asservissement complète en vitesse :



Dans toute la suite, on prend comme expression pour la vitesse de consigne un échelon de $\omega_0 = 2000 \text{ tr/min}$: $\omega_c(p) = \frac{\omega_0}{p}$. Les constantes sont égales à $T = 0,02 \text{ s}$, $K_m = 15 \text{ rad.s}^{-1}.\text{V}^{-1}$ et $K_c = 0,04 \text{ rad.s}^{-1}.\text{N}^{-1}.\text{m}^{-1}$.

13. Déterminer $\omega(p)$ en fonction de $\omega_c(p)$ et de $C(p)$.

$$\omega(p) = \frac{Cor(p) \cdot K_m}{1 + T \cdot p + Cor(p) \cdot K_m} \cdot \omega_c - \frac{K_c}{1 + T \cdot p + Cor(p) \cdot K_m} \cdot C(p)$$

Asservissement à vide (on prend $C(p) = 0$) : on choisit une fonction de transfert pour le correcteur égale à $Cor(p) = K_0$.

14. Calculer l'écart en régime permanent. Le cahier des charges est-il respecté ?

$$\omega_c - \omega = \frac{\omega_{c0}}{1 + K_0 \cdot K_m}$$

Le cahier des charges n'est pas respecté.

Asservissement en charge (on prend $C(p) = \frac{C_0}{p^2}$ avec $C_0 = 1000 \text{ N.m.s}^{-1}$) :

15. Calculer l'écart en régime permanent avec $Cor(p) = K_0$. Le cahier des charges est-il respecté ?

$$\omega_c - \omega = \infty$$

On choisit maintenant un correcteur de la forme $Cor(p) = \frac{K_0}{p^\alpha}$ où K_0 est un réel positif et α est un entier.

16. Déterminer α pour que le critère de précision soit respecté. Quel problème pose cette valeur de α ?

Pour que le critère de précision soit respecté, il faut au moins $\alpha \geq 2$. Cette valeur déstabilise le système.

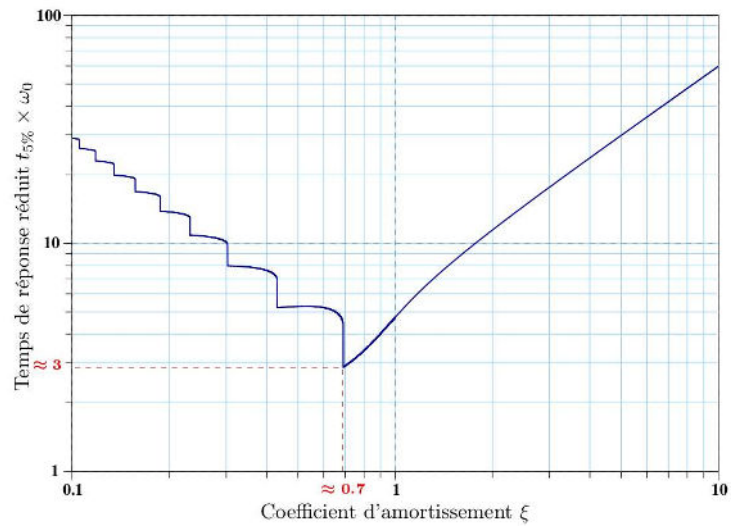
Pour éviter ce problème, on utilise un correcteur $Cor(p) = \frac{K_0}{p}$.

17. Déterminer la valeur minimale de K_0 pour que la baisse de vitesse engendrée par le couple résistant soit inférieure à 5% de la valeur de consigne.

$$\omega_c - \omega = \frac{K_c \cdot C_0}{K_0 \cdot K_m}$$

On veut $\frac{K_c \cdot C_0}{K_0 \cdot K_m} < 0,05 \omega_c$. Donc $\frac{K_c \cdot C_0}{0,05 \cdot K_m} < K_0$ et donc $K_0 > 0,26$.

18. Déterminer la valeur de K_0 pour que le temps de réponse à 5% du système soit de 0,02 s. Conclure.



$$\omega(p) = \frac{1}{\frac{T}{K_0 \cdot K_m} \cdot p^2 + \frac{1}{K_0 \cdot K_m} p + 1} \cdot \omega_c$$

La pulsation propre est de $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_0 \cdot K_m}{T}}$ et Le coefficient d'amortissement est de $\frac{1}{2 \cdot T \cdot \sqrt{K_0 \cdot K_m}}$.

Le temps de réponse minimal est égal à $\frac{3}{\omega_0} < 0,02$ avec $\frac{1}{2 \cdot T \cdot \sqrt{K_0 \cdot K_m}} = 0,7$ donc $K_0 = 85$, ce qui conduit à $tr5\% = 0.012$, ce qui est suffisant.