

Concours EPITA-IPSA-ESME

Corrigé épreuve de Sciences Industrielles

Entraînement du cycliste sur home trainer connecté

Durée : 2 heures

L'utilisation de calculatrices est interdite. La consultation de documents est interdite.

Le sujet corrigé comporte 6 pages.

Présentation

Les confinements, le mauvais temps, ou un besoin d'entraînement ciblé poussent les cyclistes amateurs ou professionnels à s'entraîner en salle. Des solutions en termes de home trainer connectés existent et donnent toujours plus de sensations voisines d'un entraînement sur route aux cyclistes.

Ainsi, en installant son propre vélo sur le home trainer, et en le connectant à une tablette ou un ordinateur (Figure 1 et Figure 2), l'utilisateur peut bénéficier d'une expérience de simulation de cyclisme sur route. L'utilisateur peut choisir un parcours d'une route réelle et le home trainer ajuste la résistance à la cassette arrière compte tenu des pentes du parcours choisi.

Le home trainer est constitué d'un socle sur lequel l'utilisateur attache son vélo, d'une cassette identique à celle d'un vélo, d'un volant d'inertie (masse en rotation), d'un frein électromagnétique et d'une carte électronique de commande.



Figure 1 : Disposition d'un home trainer connecté

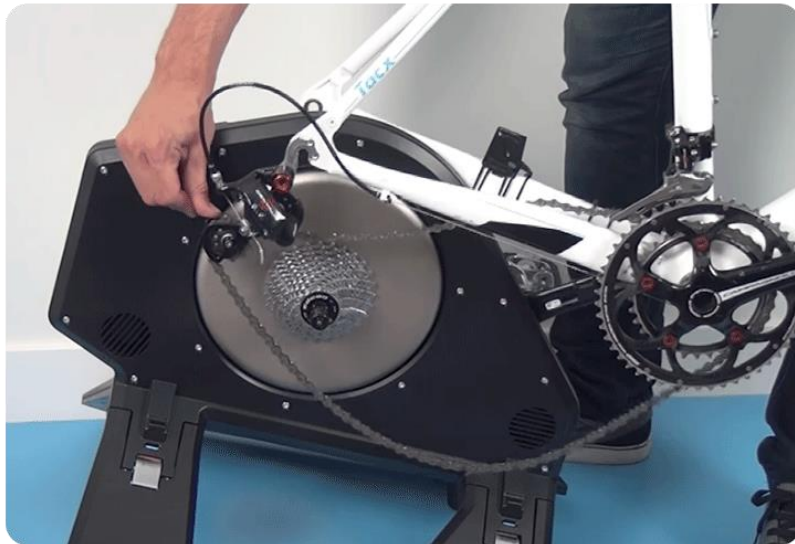


Figure 2 : installation d'un vélo sur un home trainer connecté

Le cahier des charges de ce genre de produits est donné ci-dessous.

Fonction	Critère	Niveau
Permettre l'entraînement par un vélo	Transmission directe	
Simuler la résistance à l'avance	Puissance de résistance	2200 W
Simuler la pente	Simulation de pente	Entre +25% et -10%
Mesurer la puissance fournie par le cycliste	Précision de la mesure	+/- 1%
Mesurer la cadence de pédalage		
Encaisser le poids du cycliste et de son vélo	Masse maximale du cycliste et de son vélo	125 kg
Proposer des sensations identiques à celles ressenties sur la route	Energie cinétique	Ecart de +/- 20% par rapport à l'énergie cinétique réelle du cycliste
Être alimenté en énergie	Tension électrique	Sinusoidale 220V / 50Hz sur secteur
Communiquer	Protocoles de communication Bluetooth et Ant+	

On notera :

- Le torseur cinématique du solide i par rapport au solide j : $V_{i/j} = \{\bar{\Omega}_{i/j} | \bar{V}_{P,i/j}\}_P$ où $\bar{\Omega}_{i/j}$ représente le vecteur taux de rotation du solide i par rapport au solide j et $\bar{V}_{P,i/j}$ le vecteur vitesse du point P dans le mouvement du solide i par rapport au solide j .
- Le torseur de l'action mécanique du solide i sur le solide j : $T_{i \rightarrow j} = \{\bar{R}_{i \rightarrow j} | \bar{M}_{P,i \rightarrow j}\}_P$ où $\bar{R}_{i \rightarrow j}$ représente la résultante de l'action mécanique du solide i sur le solide j et $\bar{M}_{P,i \rightarrow j}$ le moment en P de l'action mécanique du solide i sur le solide j .

Partie I : Vérification du cahier des charges

Objectif : L'objectif de cette partie est de vérifier les données du cahier des charges en termes de vitesse, de puissance que doit dissiper le home trainer et d'énergie cinétique.

Vitesse de rotation de la cassette

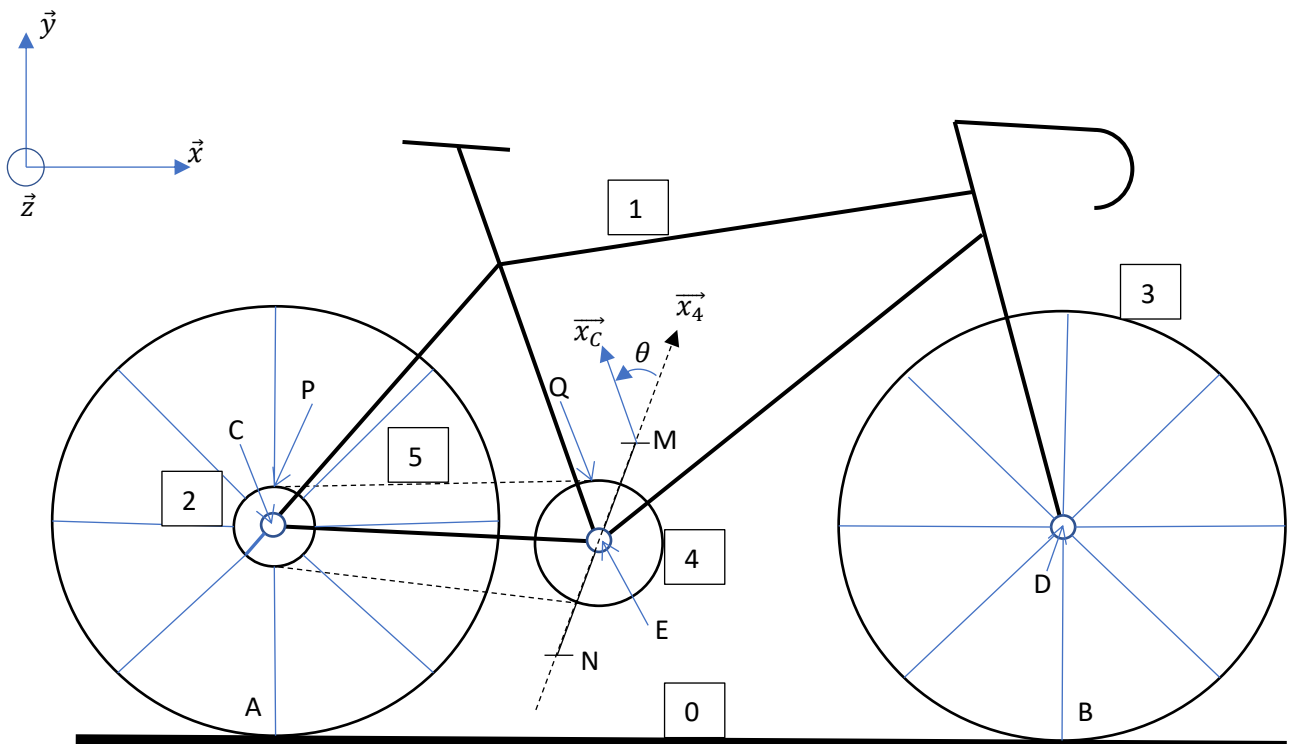


Figure 3 : Notations et paramétrages

On considère dans un premier temps un cycliste et son vélo roulant en translation rectiligne uniforme à une vitesse V de 50 km/h par rapport au sol 0 suivant la direction \vec{x} .

Le vélo est constitué de différents solides :

- un cadre 1 ,
- une roue arrière 2 encastrée sur une cassette (pignon),
- une roue avant 3,
- un pédalier 4.

Les roues 2 et 3 ont un diamètre de $D = 68$ cm.

Une chaîne 5 déformable est enroulée d'une part sur le pédalier et d'autre part sur la cassette. Elle transmet la puissance du pédalier à la cassette. Le pédalier possède $Z_p = 50$ dents et la cassette possède $Z_c = 12$ dents. Cette chaîne est inextensible entre les points d'enroulements P (cassette) et Q (pédalier).

Le rayon des manivelles sur le pédalier est noté $R_p = EM = EN = 17$ cm.

Liaisons :

- les roues avant 3 et arrière 2 sont posées sur le sol 0 aux points B et A. On supposera qu'il y a roulement sans glissement entre la roue 2 (respectivement 3) et le sol 0 au point A (respectivement B) ;
- le cadre 1 et la roue arrière 2 sont en liaison pivot d'axe (C, \vec{z}) ;
- le cadre 1 et la roue avant 3 sont en liaison pivot d'axe (D, \vec{z}) ;
- le cadre 1 et le pédalier 4 sont en liaison pivot d'axe (E, \vec{z}) .

Action du cycliste :

Le cycliste exerce une action mécanique sur chacune des pédales :

- action du cycliste sur le pédalier en M : $T'_{C \rightarrow 4} = \{-F \cdot \vec{x}_C | \vec{0}\}_M$.
- action du cycliste sur le pédalier en N : $T''_{C \rightarrow 4} = \{\frac{F}{2} \cdot \vec{x}_C | \vec{0}\}_N$.

Compte tenu du poids du cycliste, on prendra $F = 800 \text{ N}$.

1. Convertir V en m/s .

$$V = 50 \text{ km/h} = 14 \text{ m/s}$$

2. Traduire le roulement sans glissement au point A. Déterminer le vecteur taux de rotation $\vec{\Omega}_{2/1}$ en fonction de V et des constantes du problème. Faire l'application numérique des composantes non nulles de $\vec{\Omega}_{2/1}$.

$$\vec{\Omega}_{2/1} = 2V/D \cdot \vec{z} \text{ avec } 2V/D = 41 \text{ rad/s}$$

Puissance transmise

3. Déterminer le vecteur taux de rotation $\vec{\Omega}_{4/1}$ en fonction de V et des constantes du problème. Faire l'application numérique des composantes non nulles de $\vec{\Omega}_{4/1}$. Convertir le résultat en tr/min .

$$\vec{\Omega}_{4/1} = \frac{2V}{D} \cdot \frac{z_c}{z_p} \cdot \vec{z} \text{ avec } \frac{2V}{D} \cdot \frac{z_c}{z_p} = 10 \text{ rad/s} = 100 \text{ tr/min.}$$

4. Déterminer l'action mécanique totale du cycliste sur le pédalier $T_{C \rightarrow 4}$ en ramenant les moments au point E en fonction de F , θ et des constantes du problème.

$$T_{C \rightarrow 4} = \left\{ -\frac{F}{2} \cdot \vec{x}_C \mid -\frac{3F}{2} \cdot R_p \cdot \sin \theta \cdot \vec{z} \right\}_E$$

5. Déterminer le moment maximal en E de $T_{C \rightarrow 4}$. Faire l'application numérique.

$$\text{La valeur du moment maximal est obtenue pour } \theta = \frac{\pi}{2} \text{ qui conduit au moment } \frac{3F}{2} \cdot R_p = 200 \text{ N.m}$$

6. Dédire des résultats précédents la valeur de la puissance du cycliste sur le pédalier. Conclure.

$$P = 200 \cdot 10 = 2000 \text{ W. Valeur dans le cahier des charges.}$$

Energie cinétique

Pour simuler l'énergie cinétique et les sensations vis-à-vis de l'utilisateur, le home trainer comporte un volant d'inertie en rotation d'axe fixe par rapport au support. Ce volant d'inertie tourne directement à la même vitesse que la roue. Ce dispositif est destiné à proposer à l'utilisateur des sensations en termes d'accélération conforme à celles ressenties sur route.

7. En considérant que l'ensemble {cycliste ; vélo} est un solide en translation rectiligne uniforme de masse $M = 125 \text{ kg}$ (valeur maximale admissible selon le cahier des charges), déterminer l'énergie cinétique de cet ensemble en fonction de V et des constantes. Faire l'application numérique.

$$E_c = \frac{1}{2} M \cdot V^2 = 12 \text{ kJ}$$

Le volant d'inertie du home trainer est un cylindre en acier (masse volumique $\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$) de rayon $R_c = 15 \text{ cm}$ et d'épaisseur $e = 5 \text{ cm}$.

8. Exprimer puis calculer la masse du volant d'inertie.

$$m = \rho \cdot \pi R_c^2 \cdot e = 28 \text{ kg}$$

Le moment d'inertie d'un cylindre de masse m et de rayon r vaut $J = \frac{m \cdot r^2}{2}$.

9. Calculer la valeur du moment d'inertie du volant du home trainer.

$$J = \frac{m \cdot r^2}{2} = 0.315 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

10. En considérant que le home trainer est constitué par une roue de moment d'inertie, calculer son énergie cinétique.

$$E_c = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2 = 300 \text{ J}$$

11. En comparant les deux valeurs d'énergie cinétique des questions précédentes, conclure.

L'énergie cinétique du volant du home trainer est nettement plus petite que l'énergie du cycliste. Pour que les sensations d'accélération soient équivalentes, il faut que le frein électromagnétique soit utilisé.

Partie II : Vérification des performances de puissance de résistance

Objectif : L'objectif de cette partie est de proposer un modèle et une stratégie de commande du frein électromagnétique.

Le frein électromagnétique est constitué d'une génératrice à courant continu asservie en courant. On donne ci-dessous les équations de cette génératrice :

$$u(t) = e(t) - R \cdot i(t)$$

$$e(t) = K \cdot \omega(t)$$

$$C_m(t) = K \cdot i(t)$$

$$J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} = Cr(t) - C_m(t)$$

12. Appliquer la transformée de Laplace sur les équations précédentes.

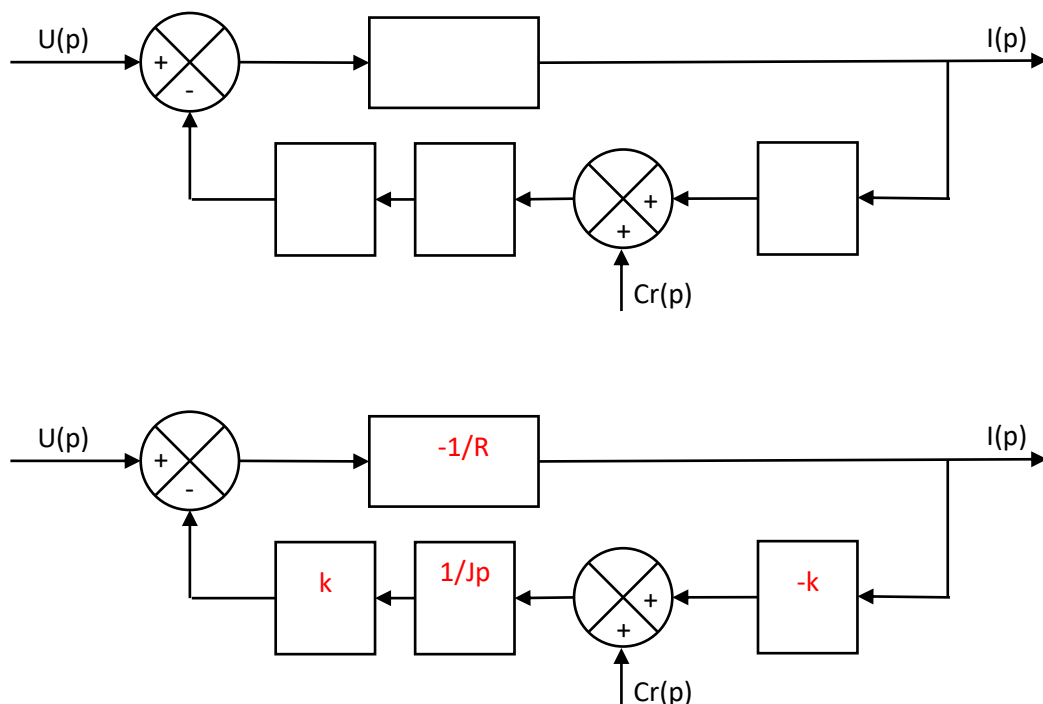
$$U(p) = E(p) - R \cdot I(p)$$

$$E(p) = K \cdot \Omega(p)$$

$$C_m(p) = K \cdot I(p)$$

$$J \cdot p\Omega(p) = Cr(p) - C_m(p)$$

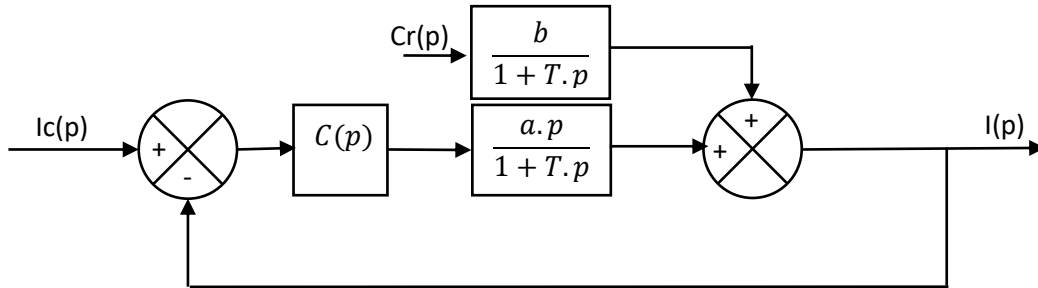
13. Recopier sur votre copie et compléter le schéma bloc suivant :



14. Déterminer $I(p)$ sous la forme $I(p) = H_U(p)U(p) + H_C(p)Cr(p)$. Mettre les fonctions de transfert $H_U(p)$ et $H_C(p)$ sous forme canonique.

$$I(p) = \frac{-\frac{J}{k^2}p}{1 + \frac{JR}{k^2}p} U(p) + \frac{\frac{1}{k}}{1 + \frac{JR}{k^2}p} Cr(p)$$

Quel que soit le résultat trouvé à la question précédente, on prendra $I(p) = \frac{a.p}{1+T.p} U(p) + \frac{b}{1+T.p} Cr(p)$. Le système est asservi en courant $I(p)$ avec une consigne asservie $Ic(p)$.



15. Déterminer $I(p)$ sous la forme $I(p) = H_1(p).Ic(p) + H_{C2}(p).Cr(p)$.

$$I(p) = \frac{a.p.C(p)}{1 + T.p + a.p.C(p)} Ic(p) + \frac{b}{1 + T.p + a.p.C(p)} Cr(p)$$

Compte tenu des performances attendues, on ne souhaite aucune erreur statique vis-à-vis de $Ic(p)$ et vis-à-vis de $Cr(p)$.

16. Déterminer le nombre d'intégrateurs que doit comporter $C(p)$.

En appliquant le théorème de la valeur finale, on obtient que $C(p)$ doit avoir 2 intégrateurs pour annuler l'erreur statique sur $Ic(p)$ et 1 intégrateur pour annuler l'erreur statique sur $Cr(p)$. Il faut donc 2 intégrateurs.

Quel que soit le résultat de la question précédente, on considère maintenant que $C(p) = \frac{K_0}{p^2}$.

17. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte du système (vis-à-vis de la consigne). Tracer l'allure du diagramme de Bode de cette fonction. Conclure.

Les 2 intégrateurs risquent de déstabiliser le système.

18. Proposer un autre correcteur qui pourrait convenir.

On peut ajouter un correcteur à avance de phase pour stabiliser le système : $C(p) = \frac{K_0}{p^2} \frac{1+a.T.p}{1+T.p}$ avec $a > 1$.

FIN de l'énoncé