Concours EPITA-IPSA-ESME 2021

Epreuve de Sciences Industrielles

Robot joueur de tennis de table

Durée : 2 heures

L'utilisation de calculatrices est interdite. La consultation de documents est interdite.

Le sujet comporte 7 pages.

Présentation

Les robots sont toujours plus performants dans l'accomplissement de taches ou de gestes sur le modèle humain. Kuka, un fabricant de robots, propose des solutions pour l'industrie avec des robots de différentes tailles, permettant de déplacer différentes charges avec une portée variable.

Un des robots que commercialise Kuka, le modèle Agilus, est conçu pour la manutention, le vissage, le collage ou le montage de petites pièces. Sa charge utile est de 3,3 kg et sa portée de 541 mm.

Pour montrer ses capacités en termes de rapidité, de vitesse et de réactivité, Kuka a programmé ce robot pour jouer au tennis de table contre un humain (voir Figure 1).

Figure 1 : Robot Kuka Agilus en situation de jeu au tennis de table.

Ce robot est un robot à 6 degrés de liberté. Il comporte donc 6 moteurs pilotés de manière indépendantes permettant de déplacer 6 articulations (voir Figure 2). Le robot est composé de 7 sous-ensembles (Socle 0, Epaule 1, Bras 2, Avant-bras 3, Poignet 4, Main 5 et Raquette 6) formant une chaine ouverte de solides liés par des liaisons pivot.

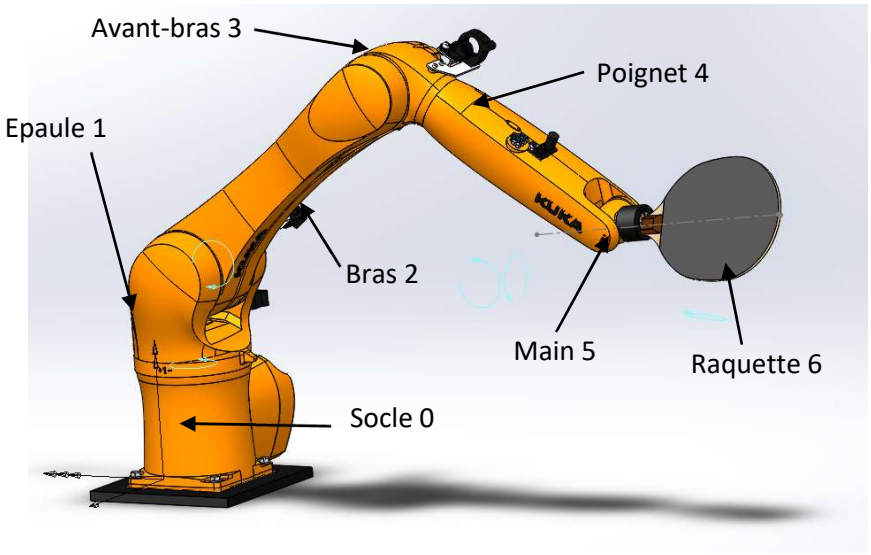


Figure 2 : Descriptif du robot Kuka Agilus

L'objectif de l'étude suivante est de valider certaines performances en rapport avec la problématique du tennis de table.

Partie 1 : Détermination des performances du robot

Objectif : L'objectif de cette partie est de déterminer les performances dynamiques du robot suivant certaines contraintes liées au tennis de table.

On se propose de déterminer dans un premier temps la vitesse maximale de la balle de tennis de table durant le jeu. Pour cela, on filme deux joueurs (vus du dessus) et on repère la position de la balle à l'aide d'un logiciel de pointage vidéo. On donne Figure 3 les dimensions normalisées d'une table de ping pong.

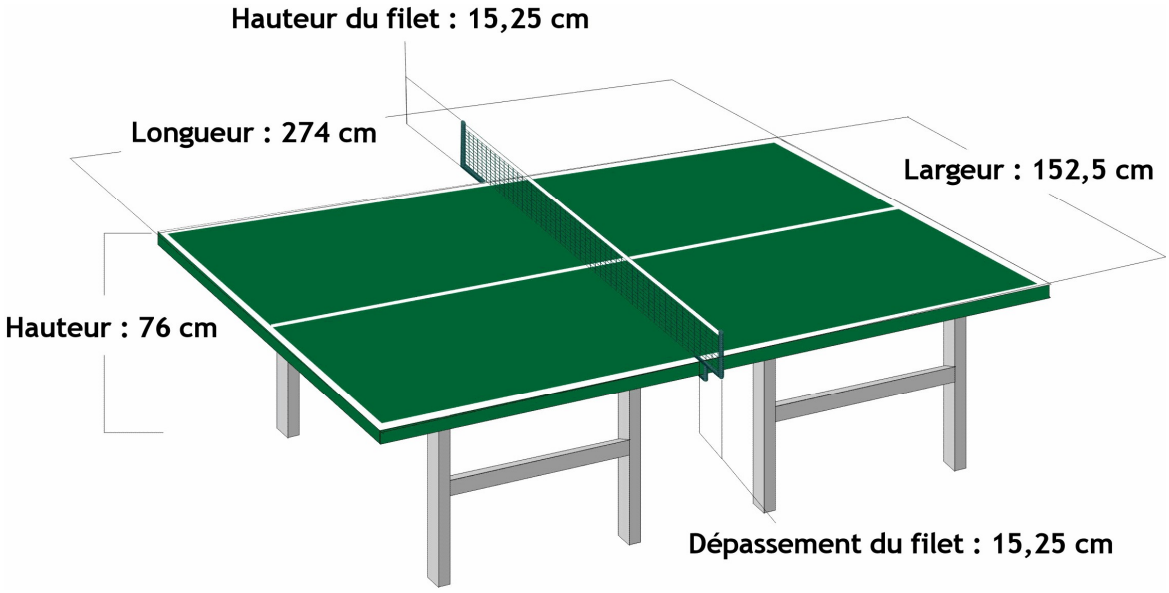


Figure 3 : Taille d'une table de Ping Pong

La Figure 4 montre la position de la caméra par rapport à la table et montre un exemple de mesure faite. Les symboles « * » représentent la position de la balle à plusieurs instants. La caméra enregistre les images à une fréquence de $f = 50$ Hz. Les échelles des abscisses et ordonnées sont représentées en m.

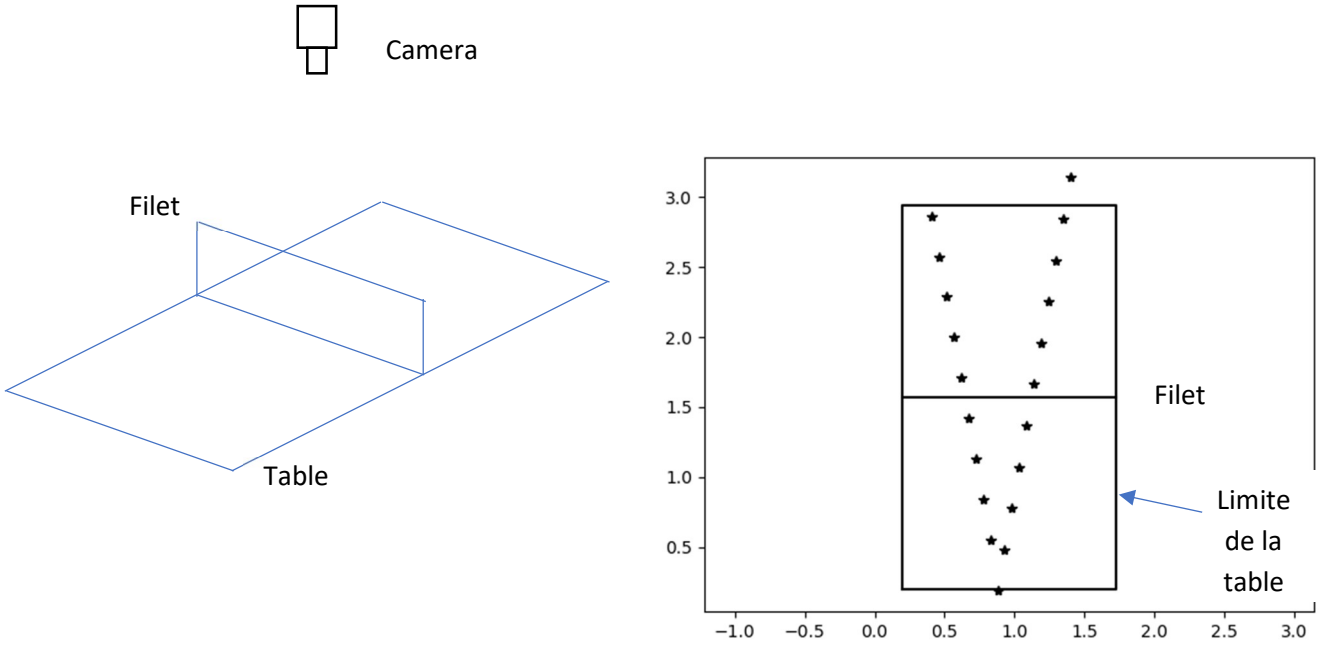
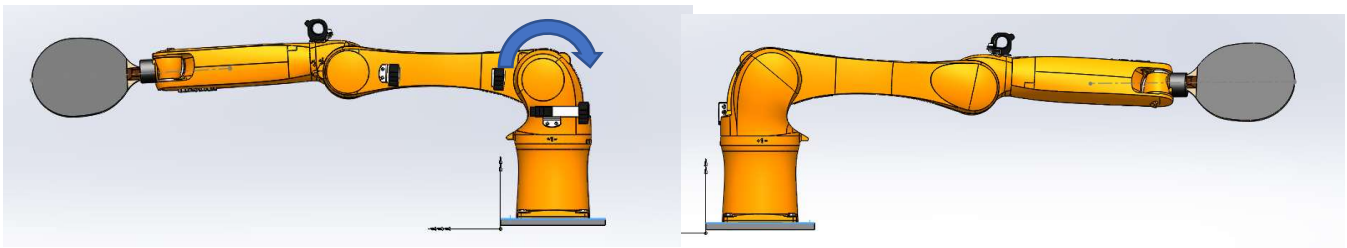
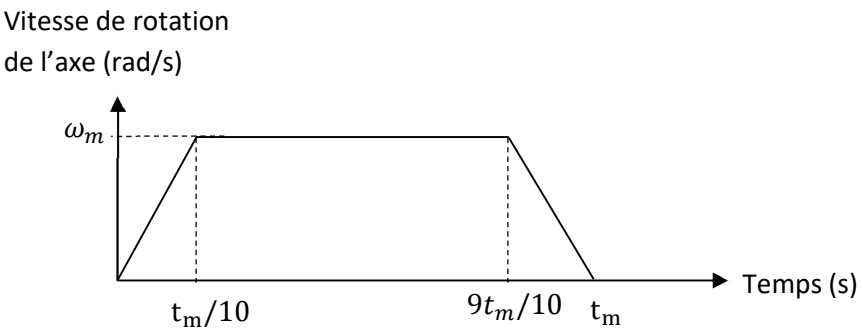


Figure 4 : Pointage vidéo

1. Déterminer la vitesse maximale de la balle.
   La période de prise des images est 20 ms. En mesurant sur la figure, on a environ 0,3 m entre deux images successives, ce qui donne une vitesse de 15 m/s.
2. En déduire, dans le cas le plus défavorable d'un aller-retour de la balle dans le camp adverse, le temps t_m que doit mettre le robot pour déplacer la raquette d'une extrémité à l'autre de la table de ping pong sur sa largeur.
   Dans le cas le plus défavorable, la distance parcourue par la balle est d'environ 2.74+3.13 = 5.87 m en 15 m/s, il se passe donc environ 0,4 s entre deux frappes de la balle par le robot. On en déduit $t_m = 0{,}4\ s$

On choisit de faire parcourir un demi-tour pour l'articulation entre l'épaule 1 et le bras 2. On adopte une loi de vitesse en trapèze pour l'articulation. Le temps d'accélération et le temps de décélération sont égaux à $t_m/10$.





3. Déterminer la vitesse de rotation maximale de l'articulation ω_m en fonction du temps de parcours t_m et de l'angle parcouru. Faire l'application numérique
   $\omega_m . 9t_m/10 = \pi$, d'où $\omega_m = 8.7$ rad/s

Le moment d'inertie de l'ensemble du bras dans la position choisie est noté J=0,6 kg.m^2. Le moteur électrique est accouplé à un réducteur de rapport $\rho = 0{,}002$ et de rendement unitaire.

4. Déterminer l'accélération angulaire maximale $\dot{\omega}_{m,max}$ de l'axe. Faire l'application numérique.

$\dot{\omega}_{m,max} = \frac{\omega_m}{t_m/10}$=217 rad/s^2

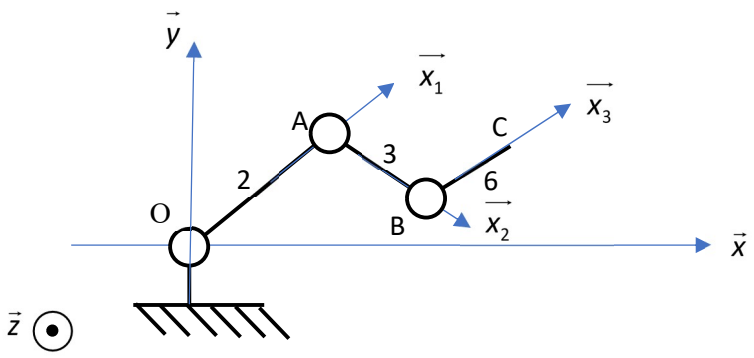
5. Déterminer le couple que doit fournir moteur actionnant l'articulation entre l'épaule1 et le bras 2.
   0,6x217/500=0,26 N.m
6. En déduire la puissance maximale que doit fournir le robot.
   0.6x217x8.7=1132 W

Partie 2 : Loi de commande des moteurs

Objectif : L'objectif de cette partie est de proposer une méthode pour commander les moteurs en fonction d'un mouvement souhaité de la raquette.

On considère dans cette partie un mouvement de la raquette qui est défini par le torseur cinématique $V_{6/0} = \left\{ \begin{matrix} 0 & v_x \\ 0 & v_y \\ \omega & 0 \end{matrix} \right\}_{B,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ suivant l'axe à partir d'une position courante. On ne considère ici que 3 articulations actives :

l'articulation bras 2 par rapport à épaule 1, avant-bras 3 par rapport à bras 2 et main 5 par rapport à poignet 4. Toutes les autres articulations sont considérées comme bloquées et immobiles.



$OA = a$

$AB = b$

$BC = c$

Figure 5 : Schéma cinématique du robot

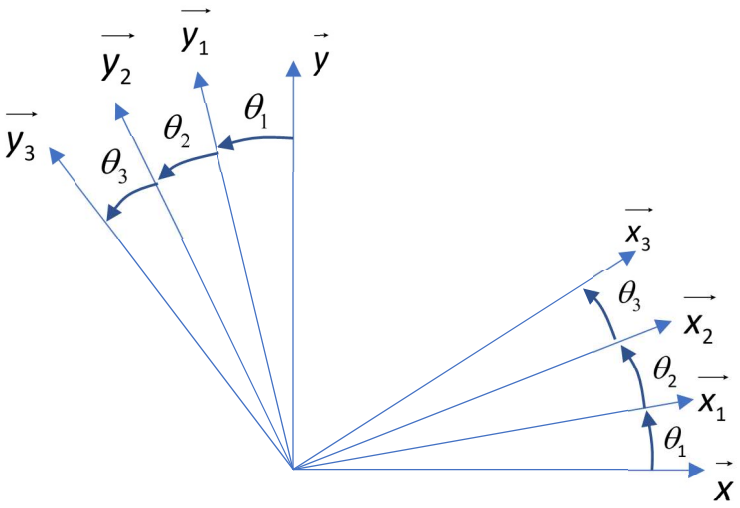


Figure 6 : Figures de changement de bases

7. Déterminer l'expression des vecteurs $\overrightarrow{y_1}$ et $\overrightarrow{y_2}$ dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.
   $\overrightarrow{y_1} = -sin\theta_1\vec{x} + cos\theta_1\vec{y}$ et $\overrightarrow{y_2} = -sin(\theta_1 + \theta_2)\vec{x} + cos(\theta_1 + \theta_2)\vec{y}$
8. Déterminer le vecteur $\overrightarrow{OB}$. On ne demande pas de projeter expressément dans une base.
   $$\overrightarrow{OB} = a\overrightarrow{x_1} + b\overrightarrow{x_2}$$
9. Déterminer le vecteur vitesse de rotation ω en fonction des angles θ_1, θ_2 et θ_3.
   $$\omega = \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3$$
10. Déterminer le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{B,6/0}}$ en fonction de θ_1, θ_2 et des constantes du problème. On ne demande pas de projeter dans une base précise.
    $$\overrightarrow{V_{B,6/0}} = a.\dot{\theta}_1.\overrightarrow{y_1} + b.(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\overrightarrow{y_2}$$
11. Projeter le résultat précédent dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.
    $$\overrightarrow{V_{B,6/0}} = a.\dot{\theta}_1.(-sin\theta_1\vec{x} + cos\theta_1\vec{y}) + b.(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2).(-sin(\theta_1 + \theta_2)\vec{x} + cos(\theta_1 + \theta_2)\vec{y})$$
12. Mettre le système sous forme matricielle $U = K.\Theta$ où $U = \begin{pmatrix} V_X \\ V_Y \\ \omega \end{pmatrix}$, $\Theta = \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix}$ et K une matrice de dimensions 3x3, dépendant des angles θ_1 et θ_2 et des constantes du problème.
    $$\begin{pmatrix} V_X \\ V_Y \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a.sin\theta_1 - b.sin(\theta_1 + \theta_2) & -b.sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 \\ a.cos\theta_1 + b.cos(\theta_1 + \theta_2) & b.cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix}$$
13. Justifier que l'on doit contrôler 3 moteurs pour pouvoir contrôler V_X, V_Y et ω de manière indépendante.
    Pour pouvoir commander les 3 moteurs de manière indépendante, il faut que la matrice K soit inversible et que l'on puisse calculer $\Theta = K^{-1}.U$.
14. On constate que la matrice K n'est pas toujours inversible. Donner une combinaison de valeurs de θ_1 et $\theta_2$donnant une matrice $K\ non\ inversible. Commenter$.
    La position $\theta_1 = \theta_2 = 0$ conduit à une matrice $K = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a+b & b & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ qui n'est pas inversible. Ceci correspond à une position où le robot est en bout de course et $\overrightarrow{V_{B,6/0}}$ ne peut donc plus avoir une composante Vx sur $\vec{x}$.

Partie 3 : Modélisation du système et réglage de l'asservissement

Objectif : L'objectif de cette partie est de proposer un modèle électrique et dynamique du robot, afin de vérifier les performances dans la partie suivante.

Dans cette partie on modélise une des 6 articulations du robot. On souhaite que les performances du robot soient les suivantes :

Stabilité	Marge de phase de 45°
Précision	Ecart statique indiciel nul en boucle fermée Ecart de traînage en boucle fermée inférieur à 5 rad/s pour une consigne rampe de pente 1000 rad/s^2
Rapidité	Temps de réponse à 5% égal à 0,04 s.

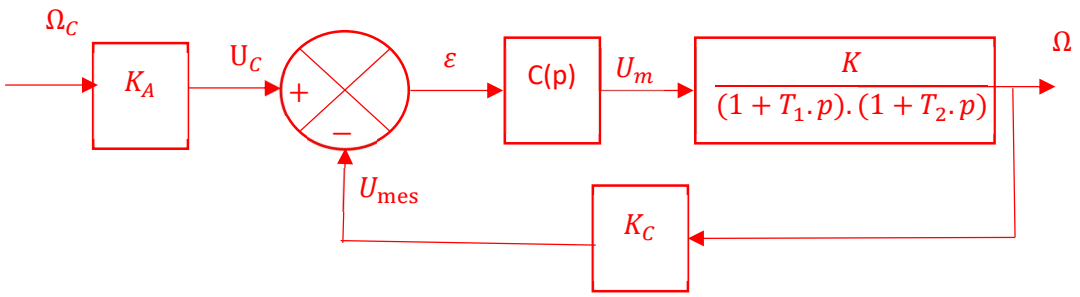
La vitesse de rotation de consigne est notée Ω_C. Cette vitesse de consigne est convertie grâce à un adaptateur de gain K_A en tension électrique U_C compréhensible par le calculateur.

La grandeur asservie est la vitesse de rotation de l'axe considéré notée Ω. Cette vitesse Ω est mesurée par un capteur de gain K_C et est convertie en tension électrique U_{mes}.

Le calculateur calcule la différence $\varepsilon = \Omega_C - \Omega$, puis élabore la tension d'alimentation du moteur électrique U_m grâce à un correcteur de fonction de transfert $C(p) = \frac{U_m}{\varepsilon}$.

Le moteur électrique accouplé au réducteur a une fonction de transfert $\frac{\Omega}{U_m} = \frac{K}{(1+T_1.p).(1+T_2.p)}$.

15. Proposer un schéma bloc du processus complet.



16. Déterminer une relation entre K_A et K_C pour que le système soit précis.

$$K_A = K_C$$

La Fonction de transfert en Boucle Ouverte du système est égale à $\mathrm{FTBO(p)} = \mathrm{C(p)}\frac{5}{(1+0{,}0002p)(1+0.04\ )}$

17. Justifier que la fonction de transfert du correcteur C(p) doit comporter un intégrateur pur $\frac{1}{p}$.

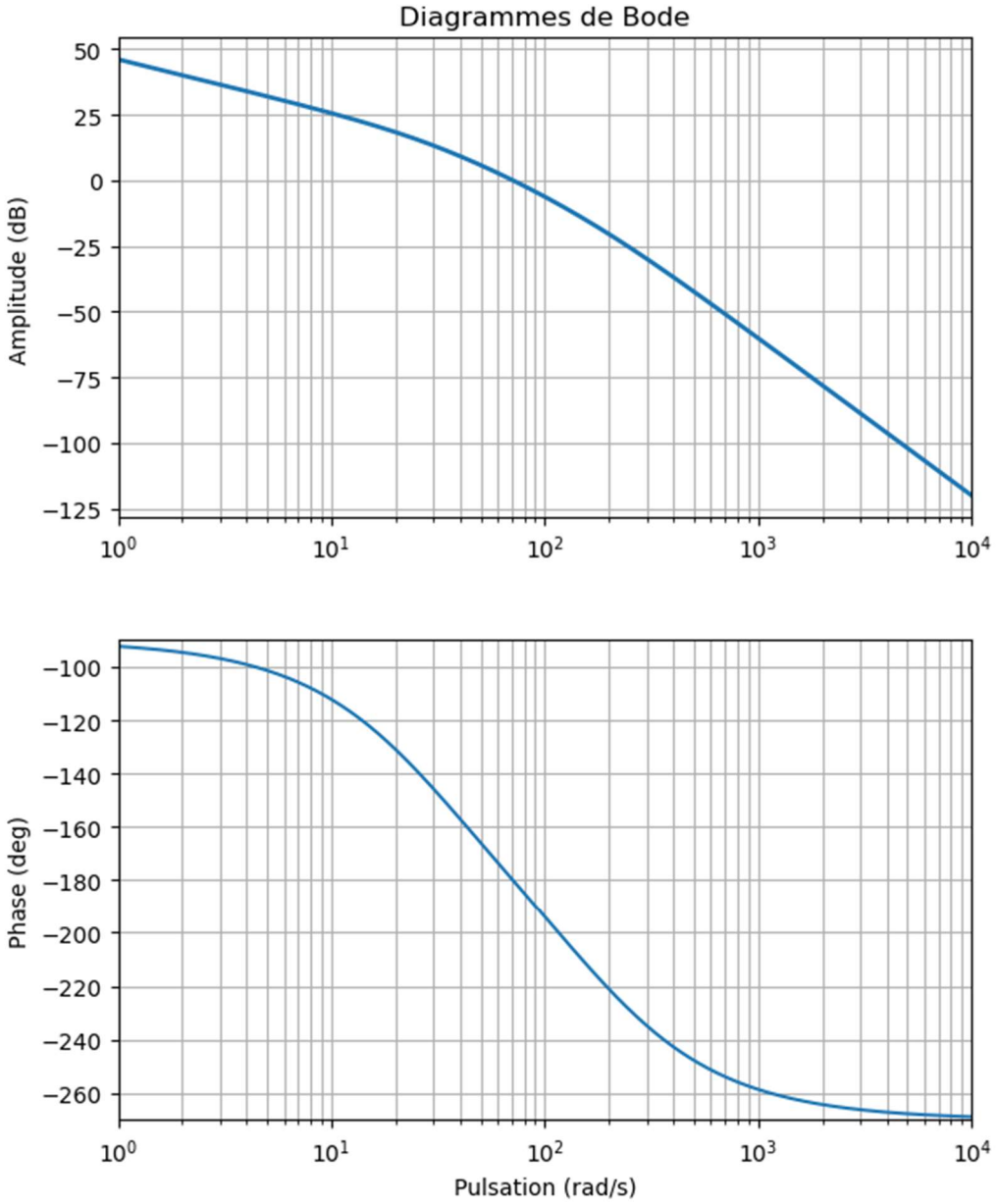
    La classe de la FTBO est de 0, or on veut un écart statique nul, il faut donc augmenter la classe de 1.

On choisit tout d'abord un correcteur de fonction de transfert $C(p) = \frac{C_0}{p}$.

18. Quelle valeur doit prendre C_0 pour satisfaire au critère de précision ?

    $5 = 1000/(5xC_0)$Donc $C_0 = 40$

On donne ci-dessous le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé $\mathrm{FTBO(p)} = \frac{C_0}{p} \frac{5}{(1+0{,}00\quad)(1+0.04\ )}$ avec la valeur de C_0 trouvée précédemment.



19. Mesurer la marge de phase. Est-elle suffisante ? Proposer un correcteur permettant de vérifier ce critère. Justifier.
    La marge de phase est d'environ 5°, ce qui est insuffisant. On pourrait introduire un correcteur à avance de phase.

FIN DE L'EPREUVE