

Concours EPITA - IPSA

Epreuve de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Le Pantographe de TGV Duplex

Durée : 2 heures

L'usage de calculatrices est autorisé.

L'usage de tout autre document est interdit.

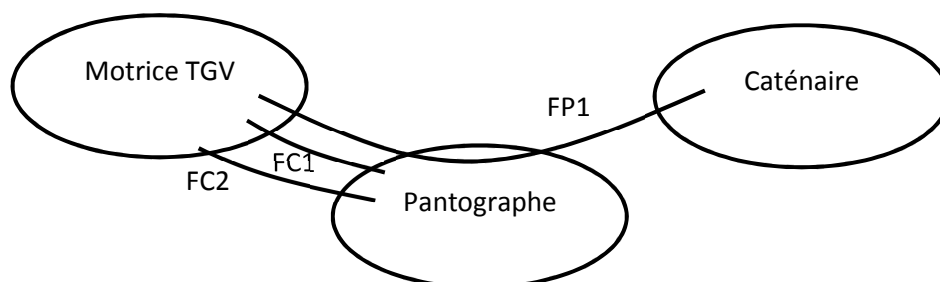
Ce sujet comporte 10 pages.



Présentation

L'objet de l'étude est un pantographe équipant certains TGV.

Le pantographe est un système liant la caténaire (câble électrique) assurant l'alimentation en électricité de la rame (motrice TGV) au circuit électrique interne du train.



Fonction	Enoncé	Critères	Niveaux
FP1	Permettre l'alimentation de la motrice en électricité	Puissance électrique à transmettre	(n'est pas de l'objet de cette étude)
		Interruption	Aucune
		Action verticale de l'archet sur la caténaire	100 N±5%
		Vitesse relative du pantographe par rapport à la caténaire	$V_{\max} = 350 \text{ km/h}$
FC1	Etre lié en liaison encastrement à la motrice		
FC2	Pouvoir se replier sur la motrice	Hauteur entre le haut de la motrice et la caténaire	1,08 m
		Débattement angulaire du bras inférieur	20°

Figure 1 : Diagramme des interacteurs partiel.

Le pantographe est essentiellement constitué d'un archet frottant sur la caténaire articulé autour de deux bras inférieur et supérieur et de deux bielles (voir Figure 2 et Figure 3). La mise en mouvement du pantographe et le maintien de l'archet sur la caténaire est assurée par un coussin pneumatique et d'une came (non représentée sur la Figure 3).

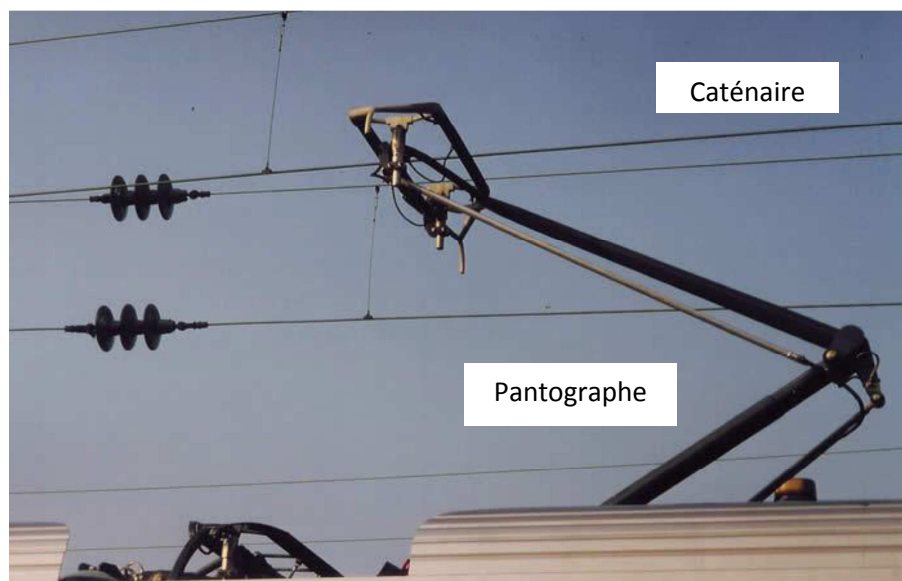


Figure 2 : Vue d'un pantographe

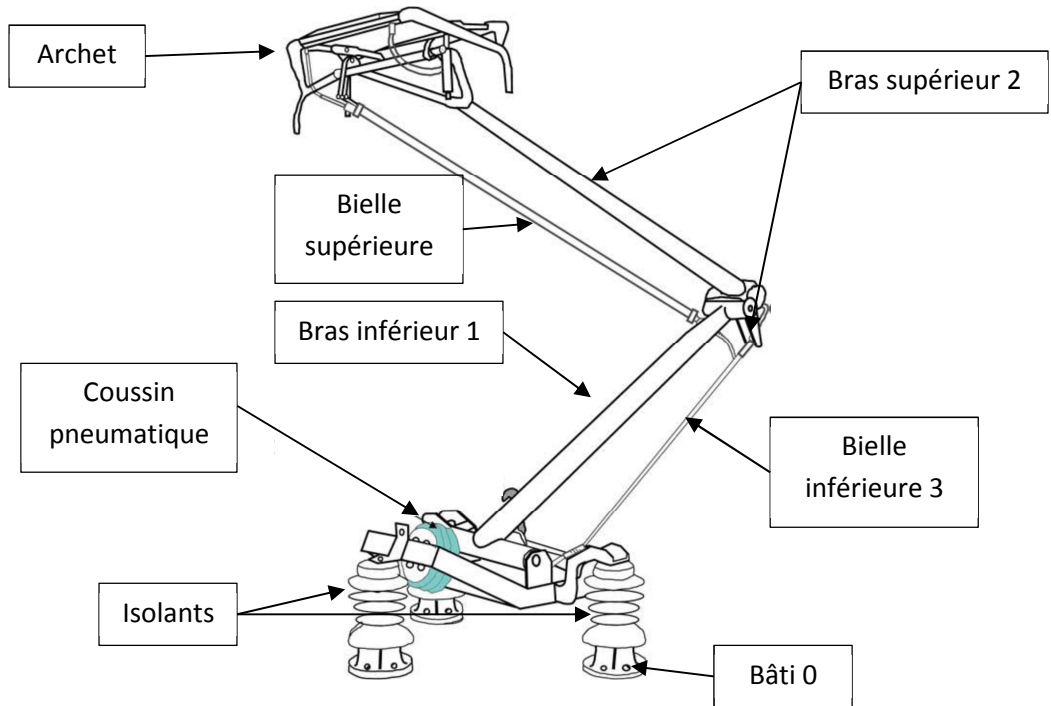


Figure 3 : Descriptif d'un pantographe

Partie 1 : Déploiement du pantographe

Objectif : L'objectif de cette partie est de vérifier le critère associé à la fonction FC2.

On modélise le pantographe sous la forme du schéma cinématique ci-dessous.

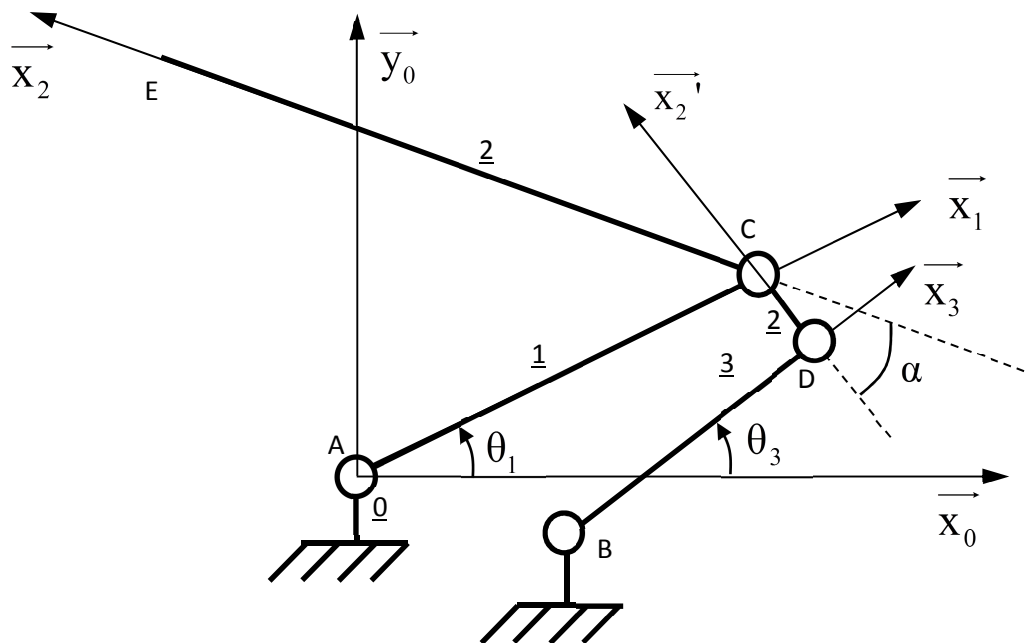
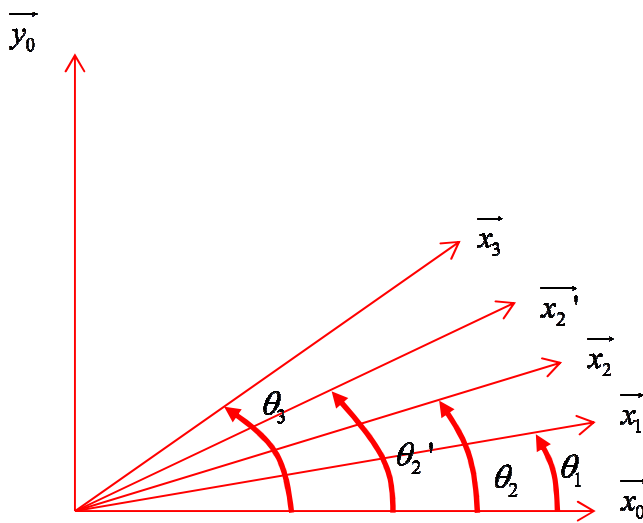


Figure 4 : Modèle du pantographe.

Notations et paramétrage

- On pose $\overrightarrow{AC} = a.\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{BD} = b.\overrightarrow{x_3}$, $\overrightarrow{CE} = c.\overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{DC} = d.\overrightarrow{x_2'}$, $\overrightarrow{AB} = e.\overrightarrow{x_0} - h.\overrightarrow{y_0}$, $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{y_0} = l$.
- On pose aussi $(\overrightarrow{x_0}; \overrightarrow{x_1}) = \theta_1$, $(\overrightarrow{x_0}; \overrightarrow{x_2}) = \theta_2$, $(\overrightarrow{x_0}; \overrightarrow{x_2'}) = \theta_2'$, $(\overrightarrow{x_0}; \overrightarrow{x_3}) = \theta_3$, $(\overrightarrow{x_2}; \overrightarrow{x_2'}) = \alpha$.

- Les liaisons entre les solides 0 et 1, 0 et 3, 2 et 3, 1 et 2 sont des liaisons pivots d'axes respectifs (A, \vec{z}_0) , (B, \vec{z}_0) , (D, \vec{z}_0) et (C, \vec{z}_0)
 - A constitue le point le plus haut de la motrice.
- Le modèle ci-dessus peut-il être considéré comme un modèle plan ? Justifier votre réponse.
Les différentes liaisons sont des pivot d'axe parallèles à \vec{z}_0 , les vitesses de tous les points du mécanisme sont donc exprimées en fonction des vecteurs \vec{x}_0 et \vec{y}_0 . Le système est donc plan.
 - Donner le rôle de la bielle supérieure.
Le rôle de la bielle supérieure est de maintenir l'archet horizontal pendant le déploiement du pantographe.
 - Donner le rôle de la bielle inférieure (voir Figure 3).
Le rôle de la bielle inférieure est d'imposer le mouvement du bras supérieur.
 - Tracer les figures de changement de base faisant intervenir les vecteurs $\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_2', \vec{x}_3$ et les paramètres angulaires correspondants.



- Déterminer la relation entre l , θ_1 et θ_2 , et les constantes du problème.

$$l = a \cdot \tan \theta_1 + c \cdot |\tan \theta_2| \text{ (l'angle } \theta_2 \text{ est entre } 90^\circ \text{ et } 180^\circ \text{)}.$$

- Déterminer la relation entre θ_2 et θ_2' , et les constantes du problème.

$$\theta_2 = \theta_2' + \alpha$$

- Déterminer la relation entre θ_1 et θ_2' , et les constantes du problème.

Fermeture géométrique ADCB :

$$\vec{AC} + \vec{CD} + \vec{DB} + \vec{BA} = \vec{0}$$

$$a \cdot \vec{x}_1 - d \cdot \vec{x}_2' - b \cdot \vec{x}_3 - e \cdot \vec{x}_0 + h \cdot \vec{y}_0 = \vec{0}$$

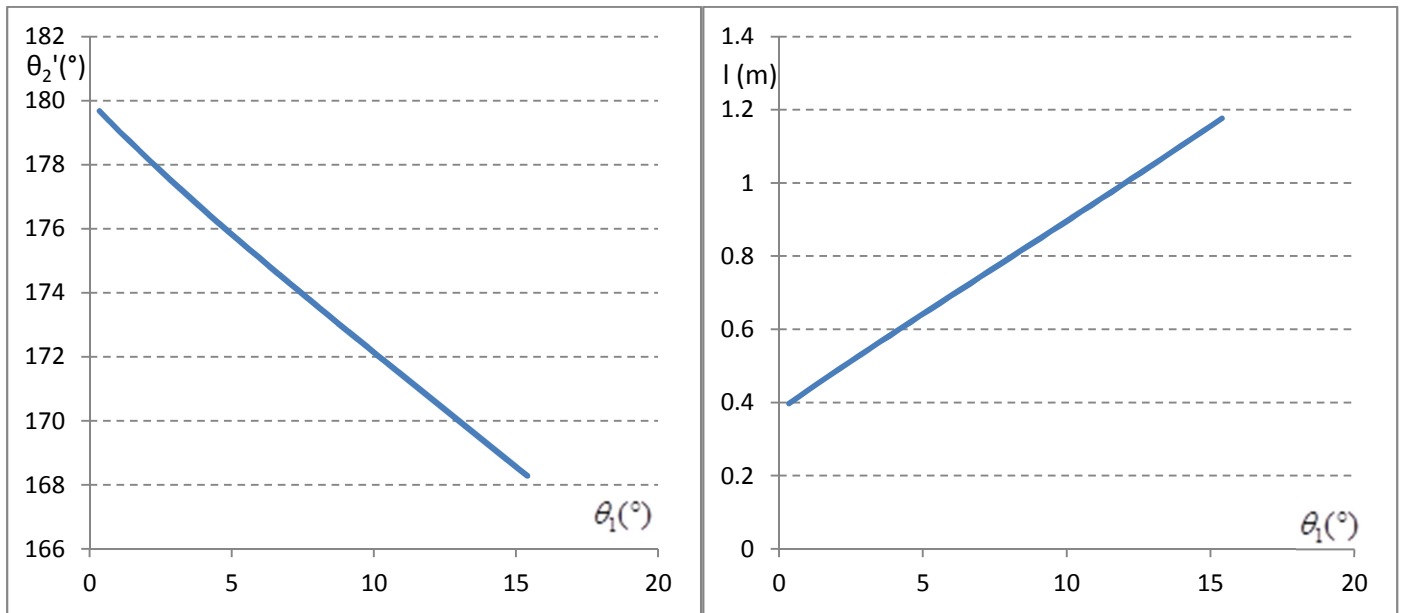
On projette cette relation vectorielle sur les axes \vec{x}_0 et \vec{y}_0 :

$$a \cdot \cos \theta_1 - d \cdot \cos \theta_2' - b \cdot \cos \theta_3 - e = 0 \text{ et } a \cdot \sin \theta_1 - d \cdot \sin \theta_2' - b \cdot \sin \theta_3 + h = 0.$$

On élimine θ_3 et on obtient :

$$\left(\frac{-d \cdot \cos \theta_2' + a \cdot \cos \theta_1 - e}{b} \right)^2 + \left(\frac{-d \cdot \sin \theta_2' + h + a \cdot \sin \theta_1}{b} \right)^2 = 1$$

La relation trouvée dans la question précédente est difficile à inverser analytiquement. On a tracé sur les figures suivantes les évolutions de θ_2' et de l en fonction de θ_1 :



8. Déterminer si le critère du cahier des charges relatif à la fonction FC2 est vérifié.

Pour $\theta_1 = 15^\circ$, on a $l = 1,2 \text{ m}$. Le critère est respecté.

Partie 2 : Action du coussin pneumatique sur le bras inférieur

Objectif : L'objectif de cette partie est de déterminer l'action du coussin pneumatique sur le bras inférieur.

Dans le but de dimensionner le coussin pneumatique, nous avons besoin de déterminer l'effort qu'exerce le coussin pneumatique sur le bras inférieur.

9. Déterminer le degré d'hyperstatisme du mécanisme de la Figure 4. Justifier qu'une étude statique plane est possible en dépit du résultat trouvé.

Le degré de mobilité est de 1, le nombre d'inconnues cinématiques est de 4, le nombre de cycles est de 1, le mécanisme est donc hyperstatique d'ordre 3. Dans le plan, le degré de mobilité est de 1, le nombre d'inconnues cinématiques est de 4, le nombre de cycle est de 1, le degré d'hyperstatisme est donc de 0, le système est isostatique dans le plan.

Dans la suite de cette partie, on raisonnera sur le document réponse. On néglige la présence de l'archet et la bielle supérieure. On fait l'hypothèse que l'action de la caténaire sur le bras supérieur s'applique en E et est constituée par une action normale à la caténaire et par une action tangentielle due au frottement de coefficient noté $f=0,2$. On donne $\arctan f = 11^\circ$.

10. Mettre en place sur le document réponse la force de la caténaire sur le bras supérieur du pantographe $\overrightarrow{F_{C \rightarrow 2}}$. On tiendra compte du frottement de la caténaire sur l'archet et du sens du mouvement de la caténaire par rapport au pantographe.

Voir document réponse.

11. Déterminer l'action du bras inférieur 1 sur le bras supérieur 2 (direction, sens et norme). On attend un raisonnement graphique.

Voir document réponse pour les tracés. On isole la bielle 3 qui est soumise à deux glisseurs. L'action de 3 sur 2 est donc dans la direction de la droite BD. On isole ensuite le bras 2 qui est soumis à l'action de 1

(glisseur passant par C), l'action de la caténaire et l'action de 3 sur 2. L'application du théorème du solide soumis à 3 glisseurs permet de résoudre. On trouve graphiquement $\|\vec{F}_{1 \rightarrow 2}\| = 1250 \text{ N}$.

12. En déduire la norme du couple que doit appliquer l'actionneur (soufflet pneumatique et came) sur le bras inférieur.

Le bras de levier vaut 1,3 cm sur le plan et donc 0.195 m dans la réalité. Le couple que doit exercer l'actionneur sur le bras vaut donc $1250 \times 0.195 = 243 \text{ N.m}$

Partie 3 : Asservissement de l'effort de contact entre l'archet et la caténaire

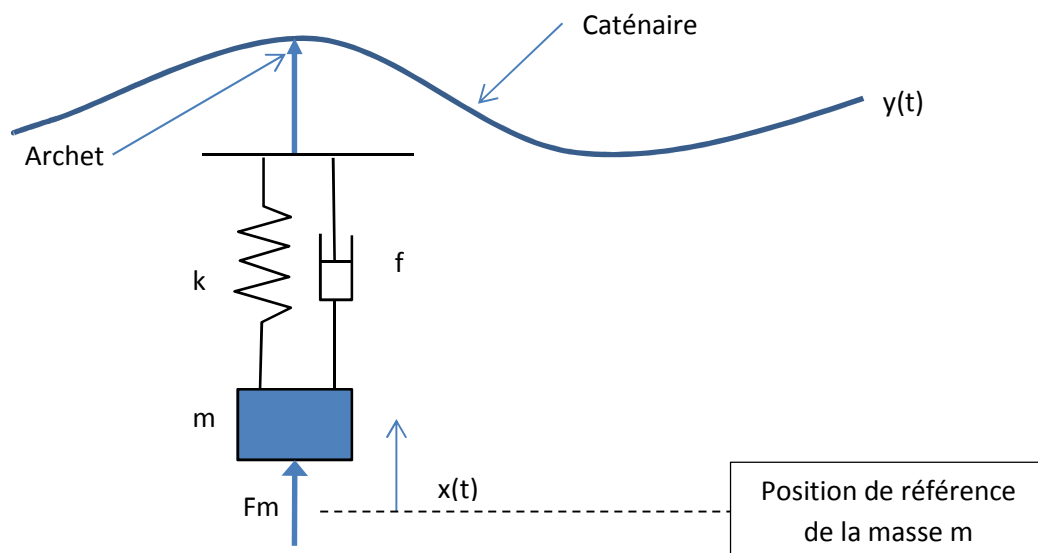
Objectif : L'objectif de cette partie est de vérifier si le critère du cahier des charges relatif à la norme de l'effort de contact entre l'archet et la caténaire est respecté.

On souhaite maintenant vérifier le critère du cahier des charges de la fonction FP1 : on souhaite que l'action de l'archet sur la caténaire soit la plus constante possible ($100\text{N} \pm 5\%$), en dépit des mouvements de la caténaire par rapport à la motrice. En effet, la rectitude de la caténaire et les effets d'inertie de l'archet et du pantographe provoquent des variations d'effort de contact.

Pour considérer la raideur de l'ensemble constitué par le pantographe, on modélise le pantographe comme un système masse(m)-amortisseur (de coefficient de frottement visqueux f en N.s/m) – ressort (de raideur k en N/m). Le déplacement vertical de la caténaire par rapport à la motrice est noté $y(t)$ et le déplacement de l'extrémité basse du ressort par rapport à la motrice est noté $x(t)$.

Ainsi, pour assurer un effort de contact entre l'archet et la caténaire le plus constant possible, on a choisi d'asservir en position l'extrémité basse du ressort $x(t)$. On met en place un actionneur (non étudié ici) qui exerce un effort F_m sur la masse m .

On notera F l'action de la caténaire sur le pantographe.



On négligera le poids de la masse du pantographe dans cette étude. La longueur à vide du ressort sera prise pour $x = y = 0$. On notera F la force qu'exerce l'archet sur la caténaire et sera comptée positive vers le haut.

On notera F_c l'effort de contact de consigne. L'archet est instrumenté et dispose d'un capteur d'effort mesurant l'effort de contact F .

L'action de l'actionneur F_m sur la masse est telle que $F_m(p) = C(p) \cdot [F_c(p) - F(p)]$.

13. Expliquer pourquoi la variation de hauteur de la caténaire fait varier l'effort de contact F .

La variation de hauteur de la caténaire induit une variation de l'effort de contact à cause de la compression du ressort.

14. Isoler la masse, faire le bilan des actions mécaniques extérieures et appliquer le Principe Fondamental de la Dynamique puis déterminer la relation entre $x(t)$, $y(t)$ et leur dérivées et les constantes du problème. Mettre cette équation dans le domaine de Laplace.

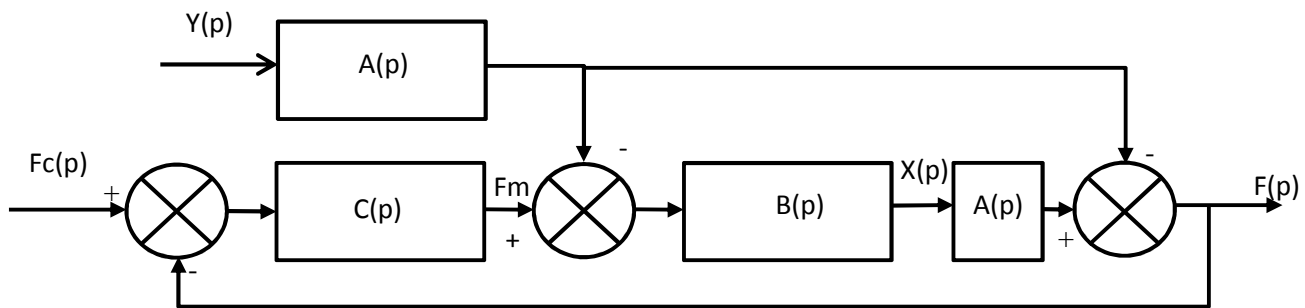
$$m \cdot \ddot{x}(t) = -k[x(t) - y(t)] - f[\dot{x}(t) - \dot{y}(t)] + F_m$$

$$m \cdot p^2 X(p) = -k[X(p) - Y(p)] - f \cdot p[X(p) - Y(p)] + F_m(p)$$

15. Déterminer F en fonction de x , y et les constantes du problème.

$$F = (k + f \cdot p)(X(p) - Y(p))$$

On modélise le système suivant le schéma-bloc suivant :



16. Déterminer les fonctions de transfert $A(p)$ et $B(p)$.

$$A(p) = k + f \cdot p \text{ et } B(p) = \frac{1}{m \cdot p^2 + f \cdot p + k}$$

17. Déterminer la relation $F(p) = H_1(p)F_c(p) + H_2(p)Y(p)$ en explicitant les fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$ en fonction de p , de $C(p)$ et des constantes du problème.

$$\begin{aligned} F(p) &= \frac{A(p) \cdot B(p) \cdot C(p)}{1 + A(p) \cdot B(p) \cdot C(p)} F_c(p) - \frac{A(p) [A(p) \cdot B(p) + 1]}{1 + A(p) \cdot B(p) \cdot C(p)} Y(p) \\ &= \frac{(k + f \cdot p) \cdot C(p)}{k + f \cdot p + m \cdot p^2 + (k + f \cdot p) \cdot C(p)} F_c(p) - \frac{(k + f \cdot p) \cdot (2 \cdot k + 2 \cdot f \cdot p + m \cdot p^2)}{k + f \cdot p + m \cdot p^2 + (k + f \cdot p) \cdot C(p)} Y(p) \end{aligned}$$

L'espace compris entre les poteaux retenant la caténaire est de $\Delta = 50\text{m}$.

On modélise la fonction $y(t)$ par une sinusoïde d'amplitude $Y_{\max} = 10\text{cm}$ et de pulsation ω . Chaque maximum de $y(t)$ correspond à l'emplacement d'un poteau (voir Figure 5).

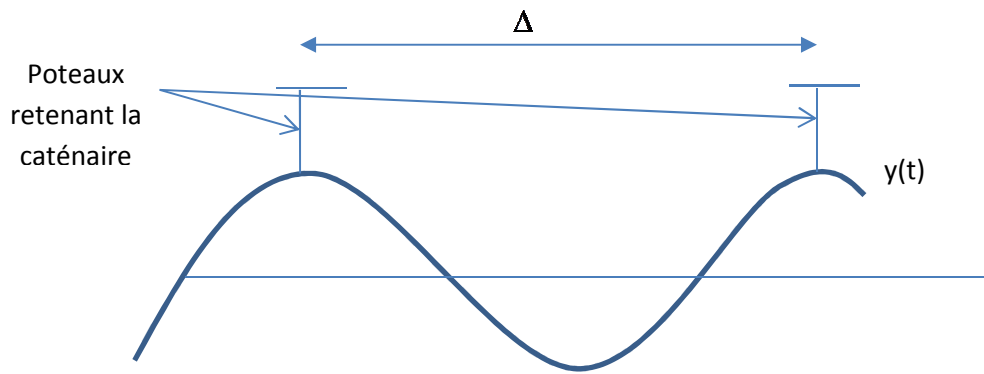


Figure 5 : Evolution de la hauteur de la caténaire.

La vitesse du train par rapport à la caténaire est au maximum de $V_{\max} = 320 \text{ km/h}$.

18. Déterminer les valeurs que peut prendre la pulsation ω .

La pulsation varie entre 0 et $\omega_{\max} = 2\pi \cdot \frac{V_{\max}}{\Delta} = 12,2 \text{ rad/s}$.

19. Donner la forme de l'expression temporelle de $F(t)$ en ne considérant que l'influence de la perturbation $y(t)$.

$y(t)$ est sinusoïdale donc $F(t)$ est sinusoïdale.

On choisit un correcteur de la forme $C(p) = K_I \cdot \left(1 + \frac{1}{T_I \cdot p}\right)$. On donne sur la Figure 6 le diagramme de Bode de la fonction de transfert $H_2(p)$.

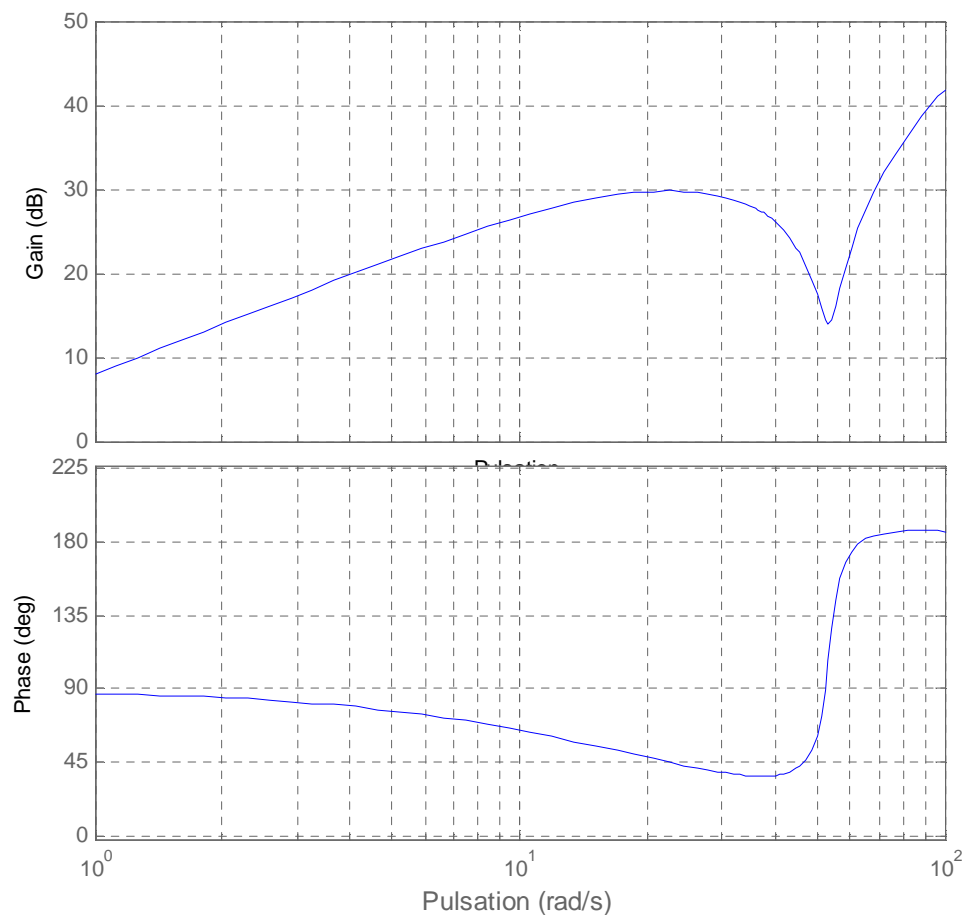


Figure 6 : Diagramme de Bode de H_2 .

20. Déterminer l'amplitude d'oscillation F_{max} de F .

On lit sur le diagramme de Bode en gain pour 11,2 rad/s. Le gain est de 27dB. On en déduit

$$F_{max} = |H_2(11,2j)| Y_{max} = 10^{27/20} \cdot 0,1 = 2,23 N$$

21. Conclure sur la validité du cahier des charges.

$F_{max} = 2,3 N < 5 N$. Le cahier des charges est respecté.

Numéro candidat :

Document réponse :

