



# **CONCOURS D'ENTRÉE CYCLE INGENIEUR**

**OPTION : PHYSIQUE**

**Samedi 16 Avril 2016**

**Durée : 2 Heures**

## Quelques exemples d'utilisation de l'énergie solaire Corrigé de l'épreuve

### A Utilisation d'une lentille

#### Questions préliminaires : conducteur thermique unidimensionnel

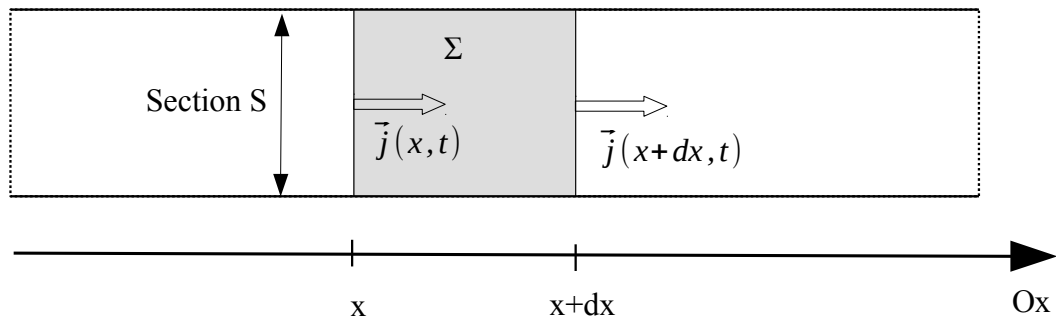
A.1 Loi de Fourier :  $\vec{j} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \vec{e}_x$  avec  $[\lambda] = \text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  et  $[j] = \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$

A.2 On considère la tranche d'épaisseur  $dx$  du cylindre située en  $x$ . Ce système, (noté  $\Sigma$  sur le schéma ci-dessous) reçoit pendant une durée  $dt$  de l'énergie thermique via les sections de surface  $S$  en  $x$  et en  $x+dx$ .

Ces transferts s'écrivent (en notant  $\dot{Q}(x) = \frac{\delta Q}{dt}$  la puissance thermique reçue à travers la section du cylindre situé en  $x$  et  $d\vec{S}_x$  le vecteur élément de surface) :

- en  $x$  :  $\dot{Q}(x, t) = \underbrace{\iint \vec{j} \cdot d\vec{S}_x}_{\text{puissance entrante}} = j(x, t)S = -S \lambda \frac{\partial T}{\partial x}(x, t)$
- en  $x+dx$  :  

$$\dot{Q}(x+dx, t) = -\underbrace{\iint \vec{j} \cdot d\vec{S}_x}_{\text{puissance sortante}} = -j(x+dx, t)S = S \lambda \frac{\partial T}{\partial x}(x+dx, t)$$



Le premier principe la thermodynamique appliqué au système  $\Sigma$  conduit à :  $dU = \delta Q(x) + \delta Q(x+dx)$

avec  $\delta Q(x) + \delta Q(x+dx) = S \left[ -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}(x, t) + \lambda \frac{\partial T}{\partial x}(x+dx, t) \right] dt = \lambda S \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx dt$

et  $dU = \rho c S dx dT = \rho c S dx (T(x, t+dt) - T(x, t)) = \rho c S dx \frac{\partial T}{\partial t} dt$

On obtient finalement :  $\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$  avec  $D = \frac{\lambda}{\rho c}$  (coefficient de diffusivité thermique)

**A.3** Le coefficient  $D$  est appelé diffusivité thermique. Il permet par analyse dimensionnelle de relier la durée  $\tau$  et la distance  $L$  associées au phénomène de diffusion thermique :

$$D = \frac{L^2}{\tau} \quad \text{et donc} \quad \tau = \frac{L^2}{D}$$

**A.4** En régime stationnaire :  $D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$  qui s'intègre en tenant compte des conditions limites en

$$T(x) = T_1 + \frac{(T_2 - T_1)}{L} x. \quad \text{On en déduit que} \quad j = -\lambda \frac{(T_2 - T_1)}{L}.$$

### Inflammation d'une feuille de papier

**A.5** L'image du soleil se forme dans le plan focal image. En notant  $d$  le diamètre de la tache, on doit avoir  $d = f \alpha$  soit

$$d = \frac{0,2 \cdot 0,5}{180} \cdot \pi \simeq \frac{0,1}{60} \simeq 2 \text{ mm}$$

**A.6** En admettant que toute la puissance arrivant sur la loupe est concentrée au niveau de l'image du

$$\text{soleil : } P_{\text{reçue}} = F S_L = F \pi \left( \frac{D_L}{2} \right)^2 \quad \text{soit} \quad P_{\text{reçue}} = 1 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot (310^{-2})^2 \simeq 3 \text{ W}$$

**A.7** Si le papier est clair, une grande partie de la puissance reçue est réfléchiée. En noircissant la surface, la quasi totalité de la puissance incidente est absorbée par le papier.

**A.8** Par analyse dimensionnelle :  $[h] = \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$  et  $[\sigma] = \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

**A.9** On considère la partie de la feuille sur laquelle la loupe concentre le rayonnement solaire. Il s'agit d'un cylindre de section  $S$  et d'épaisseur  $e$ .

On applique le premier principe de la thermodynamique :

$$dU = \delta Q_{\text{reçue}} - \delta Q_{\text{convection}} - \delta Q_{\text{rayonnement}} - \delta Q_{\text{conduction}}$$

$$\text{avec} \quad dU = \rho c S e dT = \rho c S e \frac{\partial T}{\partial t} dt$$

et

- $\delta Q_{\text{reçue}} = P_{\text{reçue}} dt$
- $\delta Q_{\text{convection}} = P_c dt = 2 h S (T - T_0) dt$
- $\delta Q_{\text{rayonnement}} = P_r dt = 2 \sigma S T^4 dt$

en supposant que la convection (et le rayonnement) s'effectue des deux côtés de la feuille.

- La perte thermique par conduction s'écrit :  $\delta Q_{\text{conduction}} = -2 \pi r e \lambda \frac{\partial T}{\partial r} dt$

$$\text{On obtient finalement : } \rho c e S \frac{\partial T}{\partial t} = P_{\text{reçue}} - 2 \sigma S T^4 - 2 h S (T - T_0) + 2 \pi r e \lambda \frac{\partial T}{\partial r}$$

En comparant avec la formule donnée par l'énoncé :  $A = 2 \sigma S$ ,  $B = 2 h S$  et

$$C = 2 \pi r e \lambda \quad (r \text{ est le rayon de l'image du soleil formée sur le papier...})$$

**A.10** On suppose que la température de la partie éclairée de la feuille atteint la température de 230°C. Les pertes thermiques sont alors maximales. On évalue les différents termes associés :

- En prenant  $\frac{\partial T}{\partial r} \simeq -\frac{T-T_0}{r}$ , la puissance perdue par conduction devient

$$P_{\text{conduction}} = \frac{\delta Q_{\text{conduction}}}{dt} = 2\pi e\lambda(T-T_0) \quad . \text{ Avec une température ambiante } T_0 \text{ de } 20^\circ\text{C},$$

on trouve

$$P_{\text{conduction}} = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1 \cdot 210 \simeq 1 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

- Pour le terme de rayonnement :

$$P_{\text{rayonnée}} = 2\sigma S T^4 = 2 \cdot 6 \cdot 10^{-8} \cdot 3,14 \cdot (10^{-3})^2 \cdot 500^4 \simeq 2 \cdot 10^{-2} \text{ W}$$

- Et enfin le terme de convection :

$$P_{\text{convection}} = 2hS(T-T_0) = 2 \cdot 10 \cdot 3,14 \cdot (10^{-3})^2 \cdot 210 \simeq 1 \cdot 10^{-2} \text{ W}$$

Les valeurs obtenues nous donnent simplement les ordres de grandeurs associés aux différents phénomènes ... Attention aux chiffres significatifs donc...

On constate que les pertes thermiques semblent négligeables devant la puissance incidente que concentre la loupe sur la feuille.

Ce qui se traduit par  $\rho c e S \frac{\partial T}{\partial t} \simeq P_{\text{reçue}}$  soit après une intégration immédiate :

$$\Delta t \simeq \frac{\rho c e S}{P_{\text{reçue}}} \Delta T \quad \text{soit} \quad \Delta t \simeq \frac{0,7 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-4} \cdot 3,14 \cdot (10^{-3})^2}{3} \cdot 210 \text{ s} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

Ce résultat indique que la température d'auto-inflammation est atteinte quasi instantanément ...

Un certain nombre de points n'ont pas été pris en compte par la modélisation. Pour en citer quelques uns :

- La loupe ne transmet qu'une partie du rayonnement, l'autre partie est réfléchiée.
- La valeur numérique de la puissance solaire correspond à tout le spectre du rayonnement. La loupe n'agit que sur une gamme limitée du spectre (visible et infrarouge proche). Donc seule une partie de la puissance incidente est effectivement concentrée sur le papier.
- De plus sur cette gamme spectrale les aberrations chromatiques interviennent vraisemblablement. La taille effective de l'image du soleil est donc plus grande que celle déterminée ici.

**A.11** D'après les résultats de la question **A3**, la distance caractéristique associée à la diffusion

thermique pendant une durée  $\Delta t$  est  $d = \sqrt{D \cdot \Delta t} = \sqrt{\frac{\lambda \cdot \Delta t}{\rho c}}$  soit ici

$$d = \sqrt{\frac{0,1 \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{0,7 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^3}} \simeq 5 \cdot 10^{-5} \text{ m} \quad . \text{ Le fait d'avoir } d = 0,05 \text{ mm} \ll r = 1 \text{ mm} \text{ indique qu'il}$$

est légitime d'avoir supposé que l'énergie restait localisée dans la zone où la lumière est focalisée.

## B Étude d'une centrale solaire

### Questions de thermodynamique

**B.1** Le premier principe de la thermodynamique énonce que :

- L'énergie interne  $U$  d'un système est une fonction d'état extensive.
- Pour un système fermé évoluant d'un état initial à un état final en recevant un transfert thermique  $Q$  et un travail  $W$ , alors  $\Delta U = Q + W$

Le premier point, qui est fondamental, fait que le premier principe est plus qu'une simple expression de la conservation de l'énergie.

**B.2** L'énergie interne étant une fonction d'état, on a au cours d'un cycle  $\Delta U = 0$ .

**B.3** Pour une machine thermique ditherme, le premier principe s'écrit :  $Q_C + Q_F + W = 0$

D'autre part le second principe s'écrit ici  $\Delta S = 0 = S_e + S_c$  en notant  $S_c$  l'entropie créée avec

$$S_c \geq 0 \text{ et } S_e \text{ le terme d'échange : } S_e = \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F}$$

$$\text{On obtient alors l'inégalité de Clausius : } \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0$$

**B.4** Le rendement d'un moteur correspond à  $r = -\frac{W}{Q_C}$

Déterminons la valeur maximale du rendement.

$$\text{Le premier principe donne } 0 = Q_C + Q_F + W \text{ soit } -\frac{W}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$$

$$\text{Le second principe se traduit par } \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0 \text{ soit } \frac{Q_F}{Q_C} \leq -\frac{T_F}{T_C}$$

$$\text{On obtient donc en combinant ces deux résultats : } r \leq 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

L'égalité correspond au cas où les transformations sont réversibles.

**B.5** Les centrales thermiques produisent de la vapeur d'eau. La vapeur d'eau est utilisée pour faire fonctionner un alternateur (via une turbine) et produire ainsi de l'électricité.

### Dimensionnement de la centrale solaire d'Ivanpah

**B.6** La puissance électrique moyenne  $P_m$  produite par an s'écrit :

$$P_m = 0,30 \cdot 392 \text{ MW} = 0,30 \cdot 0,392 \cdot 24 \cdot 365 \text{ GWh} \cdot \text{an}^{-1} \simeq 1,1 \text{ TWh} \cdot \text{an}^{-1}$$

**B.7** La puissance reçue par une surface  $S$  horizontale lorsque le soleil fait un angle  $\theta$  avec la verticale locale correspond à  $P = F S \cos \theta$  en notant  $S$  la surface et  $F$  l'irradiance solaire.

L'énergie reçue pendant un intervalle de temps  $dt$  correspond donc à  $dE = F S \cos \theta \cdot dt$  en sommant sur une journée (12h en moyenne) :

$$E_{\text{jour}} = \int_{\text{journée}} F S \cos \theta \cdot dt = F S \int_{\text{journée}} \cos \theta \cdot dt$$

$$\text{En notant que } dt = \frac{T}{2\pi} \cdot d\theta, \text{ on a } \int_{\text{journée}} \cos \theta \cdot dt = \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta = \frac{T}{\pi}$$

$$\text{On trouve donc que } E_{\text{jour}} = F S \frac{T}{\pi} \text{ soit } F_{\text{moyen}} = \frac{E_{\text{jour}}}{S T} = \frac{F}{\pi} = 0,3 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2} \quad (\text{La moyenne étant faite sur } 24 \text{ h} \dots)$$

**B.8** La puissance électrique moyenne annuelle est  $P_m = 1,2 \cdot 10^2 \text{ MW}$

La puissance thermique prélevée à la source chaude est  $\dot{Q}_C = 0,5 F_{\text{moyen}} S$  (en ne considérant que la puissance effectivement disponible).

Le rendement correspond à  $r = \frac{P_m}{\dot{Q}_C}$  soit  $S = \frac{P_m}{0,5 r F_{\text{moyen}}}$

$$\text{soit } S = \frac{1,2 \cdot 10^8}{0,5 \cdot 0,3 \cdot 0,3 \cdot 10^3} \text{ m}^2 \simeq 2,6 \cdot 10^6 \text{ m}^2 = 2,6 \cdot 10^2 \text{ ha}$$

L'énoncé indique que la centrale occupe une surface de 1600 ha.

La surface des héliostats correspond donc à environ 15 % de la surface totale.

### Étude du cycle simplifié du cycle thermodynamique de la centrale

**B.9** Le premier principe de la thermodynamique pour les systèmes ouverts s'écrit :

$\Delta(h + e_c + e_p) = w_u + q$  où  $h$  est l'enthalpie massique,  $e_c$  l'énergie cinétique massique et  $e_p$  l'énergie potentielle massique,  $w_u$  le travail utile (c'est à dire le travail autre que celui des forces de pression) massique et  $q$  le transfert thermique massique...

**B.10** On lit les réponses sur le graphique...

État	Pression (bar)	Température (°C)	État physique
A	0,1	45	mélange liquide - vapeur
B	0,1	45	liquide saturant
C	160	45	liquide
D	160	600	vapeur

Pour déterminer la fraction massique de vapeur  $x_v$ , on utilise la règle des moments. On trouve  $x_v \simeq 0,8$  et on en déduit la fraction massique de liquide  $x_L \simeq 0,2$

**B.11** On se place dans le cas où les variations d'énergie potentielle et cinétique massique sont faibles devant les variation d'enthalpie massique du fluide. Le premier principe des systèmes ouverts s'écrit alors  $\Delta(h) = w_u + q$ .

Le transfert d'énergie sous forme de travail ne s'effectue que dans la pompe et la turbine. L'application du premier principe des système ouverts s'écrit par exemple pour la transformation A→B,  $\Delta h = h_B - h_A = q_{AB}$ . Les valeurs de  $h_A$  et  $h_B$  se lisent sur le graphique.

On procède de la même façon pour les autres transformations. Les résultats sont regroupés dans le tableau ci-dessous :

Transformation	Nature de la transformation	Transfert thermique (en $10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	Travail utile (en $10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ )
A → B	Isobare	- 2,0	0
B → C	Adiabatique réversible	0	0,01
C → D	Isobare	3,4	0
D → A	Adiabatique réversible	0	-1,4

**B.12** Le rendement est défini comme  $r = - \frac{w}{q_c}$  où  $q_c$  est le transfert thermique reçu de la source chaude et  $w$  le travail utile reçu au cours d'un cycle. En notant  $w_{\text{turbine}}$  le travail fourni à la turbine

et  $w_{\text{pompe}}$  celui reçu par la pompe, le travail total reçu au cours d'un cycle s'écrit :

$$W = w_{\text{pompe}} - w_{\text{turbine}} = (0,01 - 1,4) 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \simeq -1,4 \cdot 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Avec  $q_C = 3,4 \cdot 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ , on trouve  $r = \frac{1,4}{3,4} \simeq 0,41$

Le rendement maximal (rendement de Carnot) d'une machine ditherme est donnée par :

$$r_C = \frac{T_C - T_F}{T_C} . \text{ Il correspond à un cycle constitué de deux transformations isothermes et deux}$$

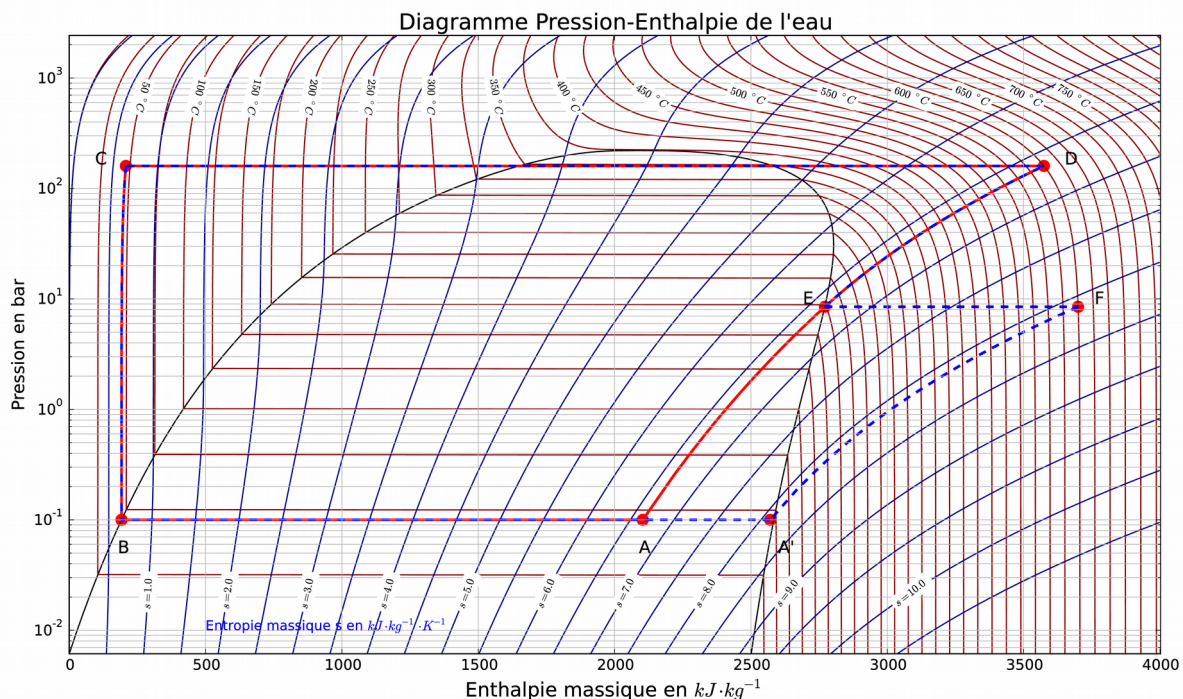
adiabatiques réversibles au cours duquel l'entropie créée est nulle, ce qui conduit à un rendement maximal.

En prenant une température de 25°C pour l'air (valeur non fournie par l'énoncé mais qui s'estime facilement) et 600°C pour la source chaude, on trouve  $r_C = \frac{575}{873} \simeq \frac{600}{900} \simeq 0,67$

Le rendement du cycle de Rankine est plus faible. Au cours des échanges thermiques dans l'évaporateur et le condenseur, l'eau est en contact thermique avec des sources de températures différentes ce qui crée de l'entropie et diminue le rendement.

**B.13** On obtient à l'issue de la détente dans la turbine un mélange liquide-vapeur. La proportion de liquide (20 % en masse) dépasse le seuil de 10 % donné par l'énoncé. Cela entraîne une baisse des performances de la turbine et une détérioration rapide des pales (érosion et corrosion) de celle-ci. (C'est aussi une des raisons qui fait que le cycle de Carnot n'est pas utilisable)

**B.14** Voir la figure ci-dessous



**B.15** L'eau reçoit de l'énergie thermique  $q_C$  au cours des transformations  $C \rightarrow D$  et  $E \rightarrow F$  :

$$q_C = q_{C \rightarrow D} + q_{E \rightarrow F} = (h_D - h_C) + (h_F - h_E) \text{ soit } q_C = 4,2 \cdot 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Le travail est cédé à la turbine au cours des transformations  $D \rightarrow E$  et  $F \rightarrow A'$  :

$$w_{\text{turbine}} = -w_{DE} - w_{FA'} = -(h_E - h_D) - (h_{A'} - h_F) = 1,9 \cdot 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Le travail total reçu au cours du cycle est donc :

$$w = w_{\text{pompe}} - w_{\text{turbine}} = (0,01 - 1,9) 10^3 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1} \simeq -1,9 \cdot 10^3 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$$

On trouve 
$$r = -\frac{w}{q_c} = \frac{1,9}{4,2} \simeq 0,45$$

Le rendement est un peu plus élevé (environ 10 %) et l'énergie fournie à la turbine est près de 30 % plus importante par rapport au cycle sans resurchauffe.

À l'issue de la détente de la vapeur dans la turbine basse pression, on obtient encore un mélange liquide-vapeur. La fraction massique de liquide est cependant beaucoup plus faible (autour de 1 à 2%) et passe donc en-dessous du seuil maximal de 10 % toléré par les turbines.

**B.16** La puissance électrique produite  $P_{\text{el}} = 390 \text{ MW}$ . Le rendement de la centrale correspond à

$r = r_{\text{cycle}} \cdot r_{\text{turbine}}$ . On en déduit le rendement de la turbine :

$r_{\text{turbine}} = \frac{r}{r_{\text{cycle}}} = \frac{0,30}{0,45} = 0,67$ . En utilisant on a  $P_{\text{el}} = r_{\text{turbine}} D_m w_{\text{turbine}}$  où  $D_m$  est le débit massique de vapeur.

Le travail massique total fourni à la turbine correspond à la somme des travaux associés aux trois blocs de la centrale :  $w_{\text{total}} = 3 w_{\text{turbine}}$  avec  $w_{\text{turbine}} = 1,9 \cdot 10^3 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$

On trouve 
$$D_m = \frac{P_{\text{el}}}{r_{\text{turbine}} w_{\text{total}}} = \frac{392}{0,67 \cdot 3 \cdot 1,9} \simeq 1,0 \cdot 10^2 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$$

## Bibliographie :

- Utilisation d'une loupe pour enflammer une feuille :
  - <http://graner.net/francois/publis/loupe-soleil.htm> [consulté le 09/02/2016]
- Centrale solaire d'Ivanpah :
  - Page Wikipédia : [http://en.wikipedia.org/wiki/Ivanpah\\_Solar\\_Power\\_Facility](http://en.wikipedia.org/wiki/Ivanpah_Solar_Power_Facility)
  - [http://www.nrel.gov/csp/solarpaces/project\\_detail.cfm/projectID=62](http://www.nrel.gov/csp/solarpaces/project_detail.cfm/projectID=62) [consulté le 08/02/2016]
  - Farid Ellakany, Master of Science Thesis, KTH School of Industrial Engineering and Management, <http://kth.diva-portal.org/smash/get/diva2:741922/FULLTEXT01.pdf>
- Thermodynamique :
  - Thermodynamique une approche pragmatique, Cengel Y. et Boles M., 2009, édition De Boeck
- Diagramme Pression – Enthalpie :
  - <http://www.coolprop.org/>
  - [https://github.com/jjfPCSI1/py4phys/blob/master/lib/T6\\_diagramme\\_Ph\\_coolprop.py](https://github.com/jjfPCSI1/py4phys/blob/master/lib/T6_diagramme_Ph_coolprop.py)