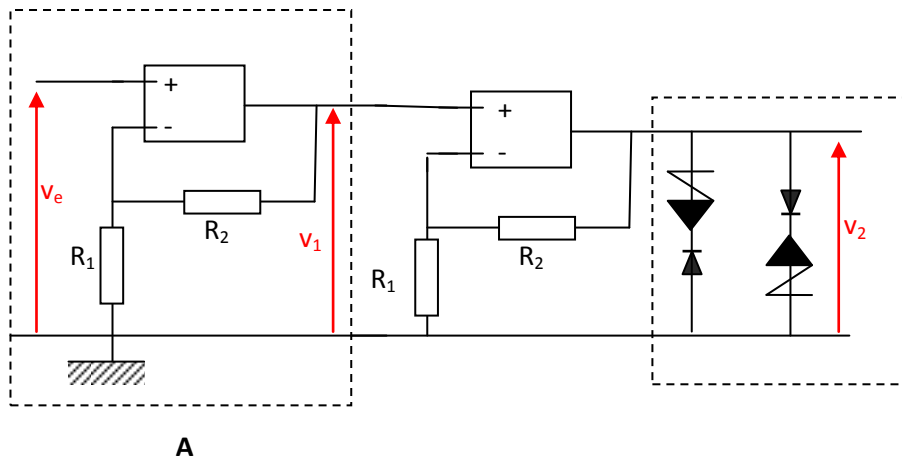


A- Les trois dispositifs

1)-Amplificateur à saturation



1)-L'amplificateur opérationnel est parfait et fonctionne en régime linéaire : les deux tensions d'entrée différentielle sont donc égales. Par ailleurs, la tension d'entrée est branchée sur l'entrée + :

$$v^+ = v^- = v_e$$

Aucun courant ne circule dans l'entrée - : les résistances R_1 et R_2 forment donc un diviseur de tension, et :

$$v^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot v_1$$

On en déduit :

$$v_1 = G_1 \cdot v_e, \text{ avec } G_1 = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

2)-Numériquement :

$$G_1 = 40,2$$

La tension en sortie du second étage est $G_1 \cdot v_1$. On en déduit :

$$G = G_1^2, \text{ soit } G = 1613$$

3)-

a)- En l'absence de tout écrêtage, la tension à la sortie des deux étages d'amplification serait de

$$16,13 \text{ V}$$

b)- Les alternances positives sont écrêtées à -6 V par la seconde diode Zener, et les alternances négatives à -6 V par la première.

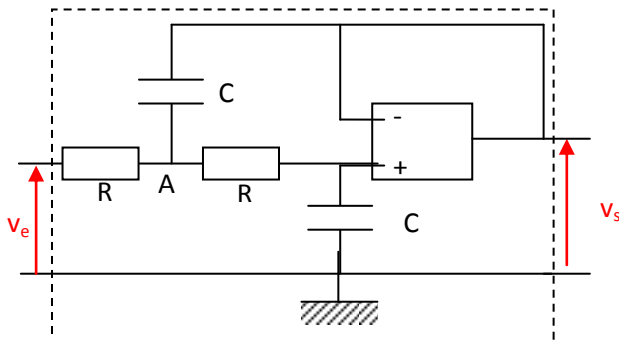
Le premier écrêtage se produit au temps t_0 tel que :

$$16,3 * \sin 2\pi \frac{t_0}{T_0} = 6$$

La résolution donne $\frac{t_0}{T_0} = 0,06$. L'écrêtage se produit au bout d'un temps nettement plus petit que la période : on peut considérer que l'on a en sortie un créneau, de période T_0 , entre -6 V et 6 V.

II- Filtre passe bas

L'entrée – est reliée à la sortie, et l'amplificateur opérationnel est parfait et en régime linéaire : on en



déduit :

$$v^+ = v^- = v_s$$

Par ailleurs, la loi des nœuds en A (ou le théorème de Millman) s'écrit :

$$\frac{v_e - v_A}{R} = \frac{v_A - v_s}{Z_c} + \frac{v_A - v_s}{R}$$

Z_c étant l'impédance du condensateur.

D'autre part, Le courant nul dans l'entrée + permet d'écrire :

$$v^+ = v_s = \frac{Z_c}{R + Z_c} \cdot v_A$$

On déduit de la première équation :

$$v_A \cdot \left[\frac{2}{R} + \frac{1}{Z_c} \right] = \frac{v_e}{R} + v_s \cdot \left[\frac{1}{R} + \frac{1}{Z_c} \right]$$

On élimine v_A à l'aide de la seconde équation :

$$v_s \cdot \left[1 + \frac{R}{Z_c} \right] \cdot \left[\frac{2}{R} + \frac{1}{Z_c} \right] = \frac{v_e}{R} + v_s \cdot \left[\frac{1}{R} + \frac{1}{Z_c} \right]$$

Soit, en regroupant et en effectuant :

$$v_s \cdot \left[1 + \frac{2R}{Z_c} + \frac{R^2}{Z_c^2} \right] = v_e = v_s \cdot \left(1 + \frac{R}{Z_c} \right)^2$$

D'où, en explicitant l'impédance du condensateur :

$$H(j\omega) = \frac{v_s}{v_e} = \frac{1}{(1 + jRC\omega)^2}$$

On obtient l'expression proposée en posant : $\omega_c = \frac{1}{RC}$ soit :

$$H(j\omega) = \frac{1}{\left(1 + \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2}$$

Le gain G est le module de H , soit :

$$G = \frac{1}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}$$

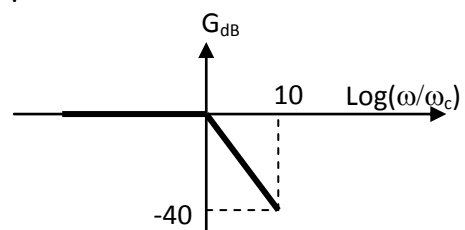
Le gain en décibels s'écrit : $G_{dB} = 20 * \log G$ soit :

$$G_{dB} = -20 * \log \left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_c^2} \right)$$

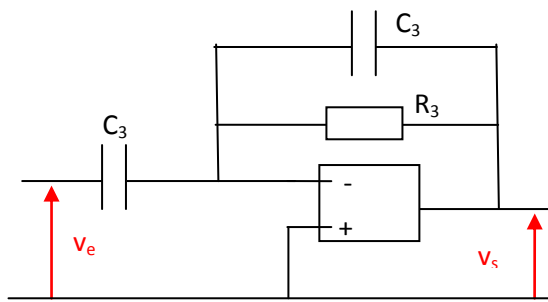
Les asymptotes du diagramme de Bode sont obtenues pour :

- $\omega \ll \omega_c$: $G_{dB} = 0$
- $\omega \gg \omega_c$: $G_{dB} = -40 * \log \frac{\omega^2}{\omega_c^2}$

D'où l'allure du diagramme asymptotique.



III-dérivateur



1)-En désignant par Z_e l'impédance et Y_e l'admittance équivalentes à l'association de C_3 et R_3 en parallèle, et par Z_c l'impédance de C_3 , on a :

$$v_s = -v_e \cdot \frac{Z_e}{Z_c} = -v_e \cdot \frac{1}{Y_e \cdot Z_c}$$

Soit, en explicitant Y_e et Z_c :

$$v_s = -v_e \cdot \frac{jR_3C_3\omega}{1 + jR_3C_3\omega}$$

2)-Si $R_3C_3\omega$ est très petit devant 1, on peut le négliger au dénominateur. On a alors :

$$v_s = -R_3C_3(j\omega) \cdot v_e$$

En régime sinusoïdal forcé de pulsation ω , l'opérateur $(j\omega)$ est un opérateur de dérivation par rapport au temps. On a donc :

$$v_s = -R_3C_3 \frac{dv_s}{dt}$$

3)-A la fréquence de 100 Hz, la pulsation est de 200π rd/s. On a alors numériquement :

$$R_3C_3\omega = 1,26 \cdot 10^{-3}$$

On est donc dans des conditions numériques où on peut raisonnablement considérer le montage comme un dérivateur.

II- Dispositif de mesure

1)- D'après les résultats de la première partie, On a à la sortie de l'amplificateur à saturation une tension créneau, entre -6 V et 6 V, de période t (de fréquence $f = f_0 + \delta f$).

2)-

a)- La fonction à développer est impaire et a une valeur moyenne nulle. Son développement ne comporte ni terme constant, ni termes en cos. Son développement en série de Fourier se borne donc à une série de termes en sinus, soit :

$$v_1(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{2\pi n}{T} t\right)$$

b)- Le coefficient b_n s'écrit :

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T v_1(t) \cdot \sin\left(\frac{2\pi n}{T} t\right) \cdot dt$$

Soit :

$$b_n = \frac{2a_1}{T} \int_0^{T/2} \sin\left(\frac{2\pi n}{T}t\right) \cdot dt - \frac{2a_1}{T} \int_{T/2}^T \sin\left(\frac{2\pi n}{T}t\right) \cdot dt$$

Soit, après intégration :

$$\frac{2a_1}{n\pi} [1 - \cos(n\pi)]$$

Si n est pair, $b_n = 0$. Si n est impair : $b_n = \frac{4a_1}{n\pi}$

C)- Numériquement, on trouve :

$$b_1 = 1,27 * a_1 = 7,64 V \quad \text{et} \quad b_3 = 0,42 * a_1 = 2,55 V$$

3)-

a)- On a vu que la pulsation caractéristique du filtre s'écrivait :

$$\omega_c = \frac{1}{RC} = 3,788 * 10^5 \frac{rd}{s}, \quad \text{soit} \quad f_c = 60,285 kHz$$

Et le gain :

$$G = \frac{1}{1 + \frac{f^2}{f_c^2}}$$

A la sortie du filtre, On aura :

$$b = \frac{b_1}{1 + \frac{f^2}{f_c^2}} \quad \text{et} \quad d = \frac{b_3}{1 + \frac{9f^2}{f_c^2}}$$

On a vu que δf était de l'ordre de 100 Hz : f est donc voisin de f_0 . On a donc numériquement :

$$b = 5,3 V \quad \text{et} \quad d = 0,5 V$$

L'harmonique 3 a une amplitude 10 fois plus faible que le fondamental : on pourra la négliger par la suite.

4)- A la sortie du multiplieur, la tension s'écrit :

$$v_3 = a \cdot b \cdot \cos \omega_0 t \cdot \cos[(\omega_0 + \delta \omega)t + \varphi]$$

Qu'on peut écrire sous forme d'une somme de deux termes :

$$v_3 = \frac{ab}{2} \cdot [\cos((2\omega_0 + \delta \omega)t + \varphi) + \cos(\delta \omega t + \varphi)]$$

5)-La pulsation caractéristique du filtre est :

$$\omega'_c = \frac{1}{R'C'} = 45455 Hz$$

Correspondant à une fréquence $f'_c = 7234$ Hz.

La tension v_3 est composée d'une somme de deux termes : le premier, de fréquence voisine de 80000 Hz est arrêté par le filtre (gain de 0,008) alors que le second, de fréquence 100 Hz environ, se retrouve en sortie de filtre (gain de 0,999). La tension v_4 s'écrit donc :

$$v_4 = \frac{ab}{2} \cdot \cos(\delta\omega t + \varphi)$$

6)-

a)- Pour la fréquence de l'ordre de 100 Hz, le circuit se comporte comme un dérivateur parfait. La tension v_5 s'écrit donc :

$$v_5 = -R_3 C_3 \cdot \frac{dv_4}{dt}$$

Soit :

$$v_5 = \frac{ab}{2} \cdot R_3 C_3 \cdot \delta\omega \cdot \sin(\delta\omega t + \varphi)$$

b)- Le mobile étant animé de la vitesse c , on donne :

$$\delta\omega = 2\omega_0 \cdot \frac{c}{c_0}$$

L'amplitude a_5 de la tension v_5 s'écrit donc :

$$a_5 = 2\pi \cdot ab \cdot R_3 C_3 \cdot f_0 \frac{c}{c_0}$$

Numériquement :

$$a_5 = 31 \text{ mV}$$