



CONCOURS D'ENTRÉE CYCLE INGENIEUR

OPTION : PHYSIQUE

Samedi 18 Avril 2015

Durée : 2 Heures

Durée : 2 heures**L'usage de la calculatrice est autorisé.****L'énoncé de cette épreuve comporte 7 pages.**

A propos de la sonde Rosetta

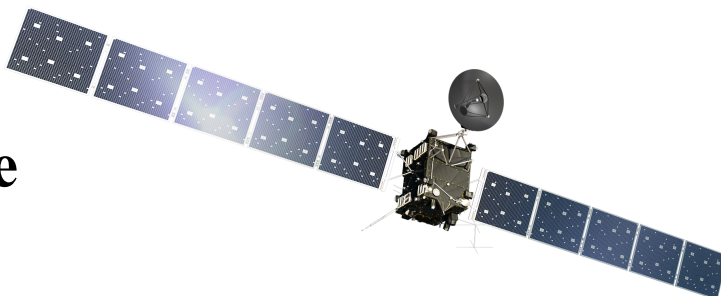


Image de Rosetta
(ESA/ATG medialab)

Rosetta est une mission de l'agence spatiale européenne (ESA) qui a pour but d'étudier la comète Tchourioumov-Guérassimenko (67P/TG). La sonde a été lancée le 2 Mars 2004 par une fusée Ariane 5. Après un voyage de près de 10 ans pendant lequel elle aura parcouru près de 6,5 milliards de km, Rosetta a atteint la comète en août 2014 pour une période d'observation de 18 mois. La sonde est constituée d'un satellite principal et d'un atterrisseur (Philae). En novembre 2014, le module Philae a été envoyé à la surface de la comète.

L'objet de cette épreuve est d'aborder quelques questions relatives à la mission Rosetta. On désigne dans l'énoncé par \vec{v} le module du vecteur \vec{v} .

Le sujet comporte deux parties indépendantes. Tout résultat fourni par l'énoncé peut être utilisé par la suite même s'il n'a pas été obtenu par le candidat.

Les données numériques utiles sont fournies à la fin du problème.

A Navigation spatiale

Cette partie est consacrée à une étude simplifiée de problématiques liées à la navigation spatiale.

Questions préliminaires

- 1 On considère un objet à distribution de masse à symétrie sphérique de rayon R , de masse totale M et de centre O . À l'aide du théorème de Gauss, trouver l'expression du champ de gravitation créé par cet objet à une distance $r \geq R$
- 2 Donner l'expression de la force de gravitation \vec{F} que le Soleil exerce sur un objet de masse m situé à une distance r de son centre ($r > R_s$ où R_s est le rayon du Soleil)
- 3 Montrer que cette force est conservative et donner l'expression de l'énergie potentielle associée.
- 4 Montrer que le mouvement d'un astre en orbite autour du Soleil est plan.
- 5 On suppose que le mouvement de la Terre autour du Soleil est circulaire. Montrer que le mouvement est uniforme et retrouver l'expression (et la valeur) de la vitesse de la Terre.

Budget énergétique pour transfert orbital

Une façon simple d'envoyer un engin spatial d'une orbite circulaire à une autre (coplanaire) est de lui faire parcourir une orbite temporaire de transfert elliptique. Cette trajectoire est tangente aux orbites de départ et d'arrivée. Elle est appelée orbite de transfert de Hohmann.

Deux impulsions sont nécessaires pour effectuer ce transfert. Une première impulsion engendre une variation de vitesse Δv_1 (voir figure 1) ce qui permet le passage de l'orbite circulaire de départ vers l'orbite elliptique de transfert. Une seconde impulsion, associée à une variation de vitesse Δv_2 , permet le passage de l'orbite de transfert vers l'orbite d'arrivée.

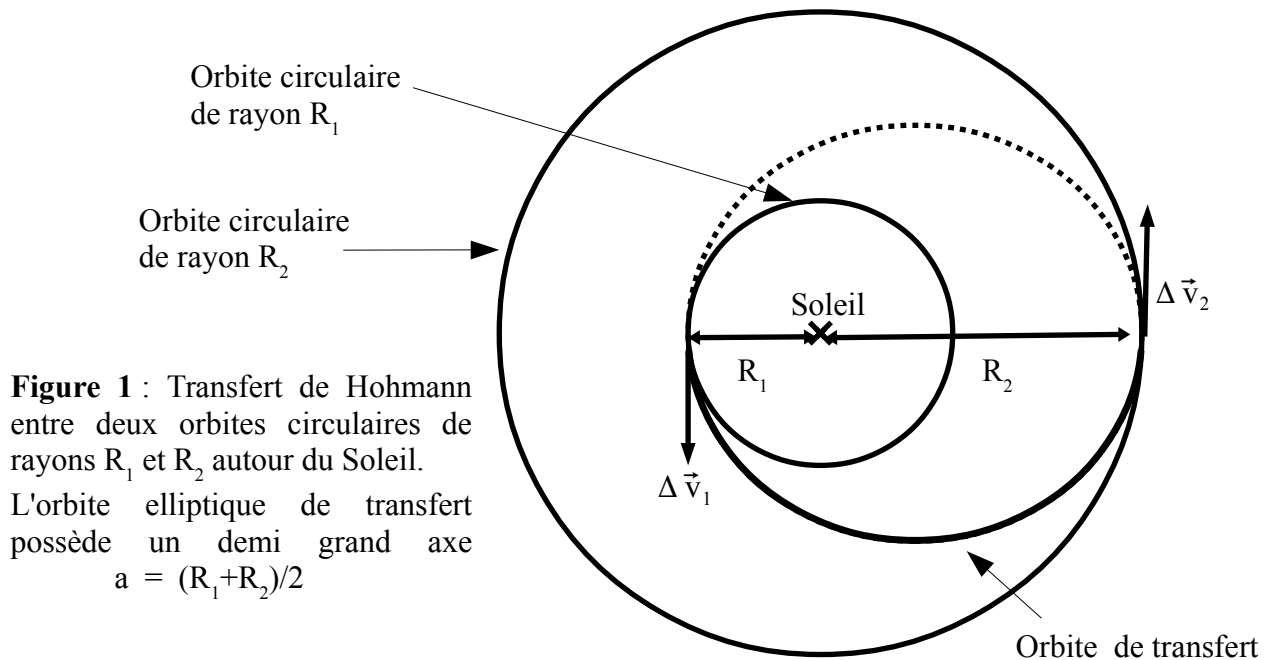


Figure 1 : Transfert de Hohmann entre deux orbites circulaires de rayons R_1 et R_2 autour du Soleil. L'orbite elliptique de transfert possède un demi grand axe $a = (R_1 + R_2)/2$

On indique que l'énergie mécanique d'un objet de masse m en orbite elliptique autour d'un corps de masse M est donnée par : $E_m = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{a}$ où a est le demi grand axe de l'ellipse.

- 6 Montrer que l'expression du paramètre Δv_1 permettant de passer d'une orbite circulaire de rayon R_1 à une orbite elliptique de demi grand axe $a = (R_1 + R_2)/2$ est :

$$\Delta v_1 = \sqrt{\frac{GM_S}{R_1}} \left(\sqrt{\frac{2R_2}{R_1 + R_2}} - 1 \right)$$

Le lanceur Ariane 5G+ utilisé pour la mission place dans un premier temps Rosetta sur une orbite héliocentrique de même rayon que celle de la Terre. La comète 67P/TG possède une trajectoire elliptique autour du Soleil dont le demi grand axe est de 3,5 ua. On supposera que la Terre possède une orbite quasi circulaire.

On souhaite évaluer la valeur de Δv permettant de rejoindre la comète.

- 7 Le périhélie de la comète, c'est à dire le point de la trajectoire le plus proche du soleil est de l'ordre de 1 ua. On envisage une injection directe dans l'orbite de la comète depuis l'orbite circulaire de la Terre. Déterminer la valeur Δv nécessaire à cette manœuvre.

Cette grandeur (appelée aussi budget Δv) permet de déterminer la masse de carburant nécessaire aux différentes manœuvres. En pratique, lorsque plusieurs manœuvres sont nécessaires, chacune associée à une valeur Δv_i , le budget Δv correspond alors à la somme de ces dernières.

On prendra pour la suite du problème une valeur de Δv pour rejoindre la comète 67P/TG de $9,2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

Lien entre budget Δv et carburant

La propulsion de Rosetta est assurée par 24 petits moteur-fusées à ergols liquides. Les moteurs permettent d'effectuer les corrections orbitales au cours du long périple de la sonde afin de placer celle-ci en orbite autour de la comète. Nous nous cherchons à estimer la masse d'ergols nécessaire à la réalisation de la mission.

- 8 L'éjection de gaz par les tuyères des propulseurs permet de modifier la vitesse de la sonde. On considère un mouvement rectiligne de la sonde. L'équation du mouvement, *que l'on ne demande pas de retrouver*, s'écrit alors $m \frac{dv}{dt} = -\frac{dm}{dt} v_e$ où m est la masse de la sonde à l'instant t , v la vitesse de la sonde et v_e la vitesse d'éjection des gaz.

En considérant que la vitesse d'éjection est constante, montrer que $\Delta v = v_e \ln \left(\frac{m + \Delta m}{m} \right)$

où Δm est la masse de carburant utilisée pour produire une variation de vitesse Δv .

Cette relation est appelée équation de Tsiolkovski. Elle relie l'accroissement de vitesse au cours d'une phase de propulsion d'un objet (sonde, fusée ...) doté d'un moteur à réaction au rapport de sa masse initiale à sa masse finale.

- 9 La quantité de carburant nécessaire à une mission est souvent quantifiée par le paramètre r défini comme $r = \frac{\text{masse de carburant}}{\text{masse du véhicule à vide}}$. Déterminer la relation entre r et Δv .
- 10 On cherche maintenant à déterminer la valeur de la vitesse d'éjection v_e des gaz de combustion, qui intervient dans l'équation de Tsiolkovski. Le MMH (monométhylhydrazine), l'ergol utilisé par Rosetta, conduit à une température de combustion de $4,0 \cdot 10^3 \text{ K}$. Les gaz produits ont une masse molaire moyenne $M = 30 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et une capacité molaire moyenne $C_{pm} = 33 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Les gaz seront supposés parfaits et l'écoulement dans la tuyère du propulseur sera supposé adiabatique. Déterminer la vitesse d'éjection v_e .

- 11 À partir des résultats obtenus précédemment, on a tracé (voir la figure 2 ci-contre) l'évolution de la valeur du coefficient r en fonction de Δv .

Indiquer de façon argumentée, en vous aidant des données fournies, si une trajectoire de Rosetta associée à une injection directe sur l'orbite de la comète 67P/TG est envisageable.

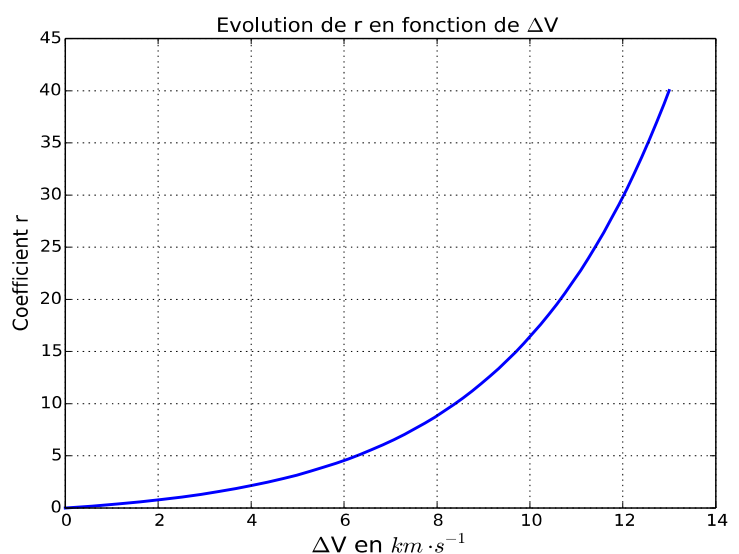


Figure 2

Afin de contourner les problèmes liés à la quantité limitée d'ergols, la sonde Rosetta a utilisé une trajectoire permettant d'exploiter l'effet de fronde gravitationnelle (appelé aussi assistance gravitationnelle). Cette stratégie a permis à la sonde d'acquérir de la vitesse en limitant l'utilisation d'ergols. En contre-partie, la durée de la mission devient plus longue...

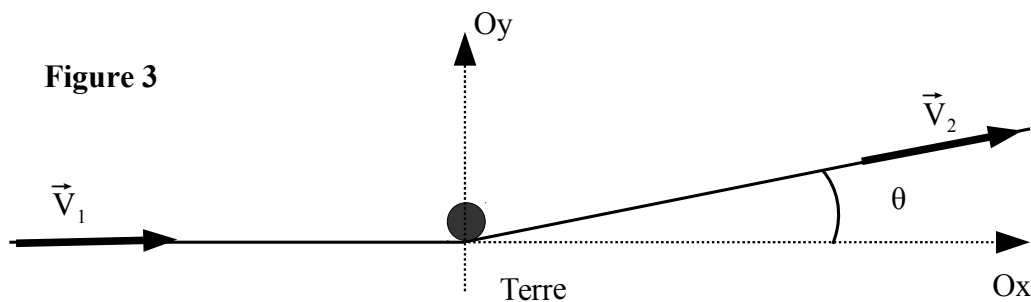
- 12** Rosetta a utilisé trois assistances gravitationnelles en passant à proximité de la Terre. On propose dans cette question une étude simplifiée d'une assistance gravitationnelle. On se place dans le référentiel géocentrique supposé R_T . La sonde arrive de l'infini (c'est à dire hors de la zone d'influence gravitationnelle de la Terre) avec une vitesse \vec{V}_1 dans le référentiel R_T . La sonde passe à proximité de la Terre puis s'éloigne ensuite à l'infini avec une vitesse asymptotique \vec{V}_2 (voir la figure 3).

12.1 Montrer que l'on a $V_1 = V_2$.

12.2 On posera $V = V_1 = V_2$. On suppose que dans le référentiel héliocentrique la vitesse de la Terre \vec{v}_T est dirigée suivant la direction Oy de la figure 3.

En déduire l'expression de la variation Δv de la valeur de la vitesse \vec{v} de la sonde dans le référentiel héliocentrique à l'issue de son passage à proximité de la Terre en fonction de v_T , V et θ .

Donner une estimation de Δv en prenant $V = 5 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ et $\theta = 45^\circ$ (La valeur de v_T a été déterminée à la question 5).

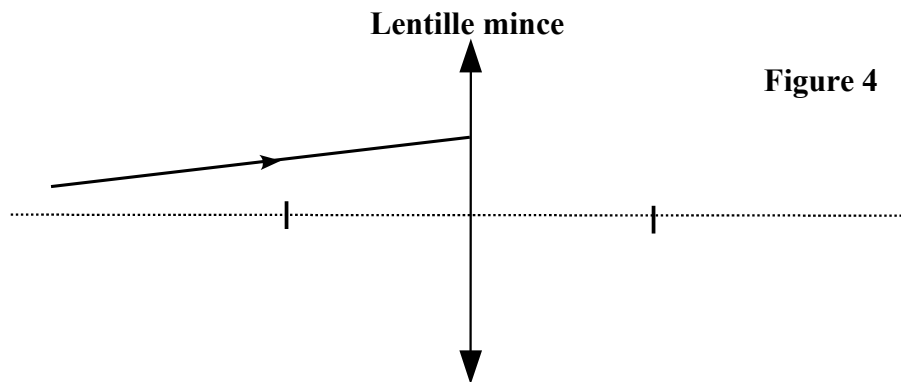


- 13** Pour quelle raison selon vous, l'usage de l'assistance gravitationnelle augmente-t-il la durée du voyage vers la comète cible par rapport à une trajectoire directe ?

B L'instrument OSIRIS

Questions préliminaires

- 1 Rappeler ce que sont les conditions de Gauss en optique géométrique. Pourquoi est-il souhaitable d'utiliser les instruments d'optique dans les conditions de Gauss ?
- 2 On considère une lentille mince convergente de distance focale f' .
Reproduire le schéma de la figure 4 sur votre copie. Placer les foyers principaux objet F et image F' et construire géométriquement le rayon émergent en indiquant la méthode employée.



Détection de la comète

OSIRIS (Optical, Spectroscopic, and Infrared Remote Imaging System) est l'un des instruments scientifiques embarqués à bord de Rosetta. Il s'agit d'un système de deux caméras, une caméra haute résolution (NAC) et une caméra grand champ (WAC).

Les objectifs d'OSIRIS sont de :

- parvenir à détecter 67P/TG à une distance de 10^6 km
- trouver un site pour l'atterrisseur Philae
- caractériser la forme de la comète, son volume
- observer le noyau de la comète, son activité et son environnement

Dans la suite du problème, on modélisera le système optique des caméras par une lentille mince. L'image est formée sur un capteur CCD.

Les tableaux suivant donnent les propriétés des caméras NAC et WAC.

	NAC	WAC
Distance focale (mm)	717,4	132
Longueur d'onde (nm)	250 – 1000	240 – 720
Nombre d'ouverture	8	5,6
Facteur de transmission T	0,70	0,70

	CAPTEUR CCD
Nombre de pixels	2048 x 2048
Taille d'un pixel	13,5 x 13,5 μm^2
Rapport signal/bruit	10

On indique que :

- L'ouverture relative d'un instrument, appelée aussi nombre d'ouverture N.O., est le rapport entre la distance focale f' et le diamètre D de l'objectif : $N.O. = \frac{f'}{D}$
- Le facteur de transmission T indique la probabilité pour qu'un photon entrant dans le système optique atteigne effectivement le capteur CCD.
- Lorsque l'on attend l'arrivée de N photons sur un pixel, la valeur effectivement observée fluctue autour de N . La fluctuation typique sur une mesure de N photons est \sqrt{N} . Le rapport signal sur bruit (noté S/B) correspond alors à $S/B = \frac{N}{\sqrt{N}} = \sqrt{N}$

Le tableau donne la valeur minimale du rapport S/B pour qu'un signal soit détecté par l'instrument.

3 Indiquer à quelle distance de la lentille est placé le capteur CCD.

4 On cherche à déterminer si les caractéristiques de la caméra WAC permettent la détection de la comète à une distance de 10^6 km.

Les données utiles relatives à la comète sont fournies à la fin du sujet.

4.1 Montrer que, à une distance de 10^6 km, la taille de l'image géométrique de la comète est inférieure à 1 pixel.

4.2 Est-ce toujours le cas si l'on tient compte de la diffraction ?

4.3 Quelle est la puissance lumineuse réfléchie par la comète ?

4.4 Quelle est la puissance lumineuse, provenant de la comète, reçue par la caméra WAC ?

4.5 Quel est le nombre \dot{N} de photons par seconde correspondant ?

4.6 Une durée d'acquisition de 1s par image permet-elle de satisfaire au cahier des charges d'OSIRIS ?

Gamme dynamique d'un capteur CCD

Lorsqu'un photon arrive sur le CCD, il génère un électron qui est stocké dans le puits de potentiel associé à un pixel. Plus l'intensité lumineuse d'une source est élevée, plus le nombre de photons arrivant sur un pixel est grand et plus celui-ci contient d'électrons. Le nombre d'électrons pouvant être stockés dans un pixel est limité. Lorsque ce nombre est atteint, le pixel est saturé.

Les capteurs CCD ont une gamme dynamique élevée : ils peuvent détecter simultanément sur la même image à la fois des sources très lumineuses et des sources très peu intenses. La gamme dynamique d'un CCD est usuellement caractérisée en terme d'électrons.

On propose deux méthodes permettant d'estimer le nombre maximal N_{\max} d'électrons que peut contenir un pixel.

5 Approche électrocinétique.

On assimile un pixel du CCD à un condensateur plan soumis à une tension de 5 V. La distance d entre les armatures sera supposée être de l'ordre de $1 \mu\text{m}$. La constante diélectrique du semi-conducteur entre les armatures du condensateur est $\epsilon_r = 2,3$. Cela signifie que la présence de matière entre les armatures augmente la capacité du condensateur d'un facteur ϵ_r par rapport au cas où l'espace entre les armatures est vide : $C = \epsilon_r C_0$ où C_0 est la capacité du condensateur plan dans le vide. Donner une estimation de N_{\max} .

6 Approche quantique.

On suppose que les électrons se déplacent librement dans un pixel, que l'on modélisera par une boîte unidimensionnelle de largeur $L = 13,5 \mu\text{m}$. En admettant que l'énergie maximale d'un électron est de l'ordre de 5 eV, donner une estimation de N_{\max} .

Données numériques :

- **Grandeurs physiques :**

Masse du Soleil : $M_S = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Masse de la Terre : $M_T = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Rayon moyen de l'orbite de la Terre autour du Soleil :

1 unité astronomique (ua) = $150 \cdot 10^6 \text{ km}$

Rayon de la Terre : $R_T = 6,4 \cdot 10^3 \text{ km}$

Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Constante de Planck : $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Masse d'un électron : $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Permittivité diélectrique du vide $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$

1 électron-volt = $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

- **Données techniques relatives à Rosetta :**

Masse à vide de Rosetta 1 300 kg

Charge utile du lanceur Ariane 5G+ : 6 950 kg

- **Caractéristiques de la comète Tchourioumov-Guérassimenko :**

Distance du Soleil au moment du rendez-vous avec Rosetta : 3,3 ua

Diamètre du noyau = 4 km

Albédo du noyau :

(fraction du rayonnement solaire incident réfléchi par le noyau) = 4%

- **Constante solaire :**

La constante solaire exprime l'énergie que recevrait du Soleil par seconde une surface de 1 m^2 située à une distance de 1 ua (distance moyenne Terre-Soleil), exposée perpendiculairement aux rayons du Soleil (en l'absence d'atmosphère). Elle s'exprime en watt par mètre carré ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$). Elle vaut $F = 1,36 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2}$.