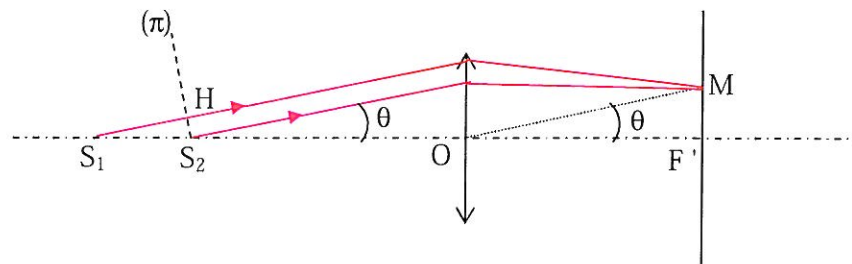


Corrigé Résolution d'un doublet

Interférences entre deux sources ponctuelles:



1)- Les rayons parallèles issus de S_1 et de S_2 convergent en M dans le plan focal de la lentille avec tout rayon incident parallèle, en particulier celui passant par O qui n'est pas dévié: OM fait donc l'angle θ avec l'axe.

On en déduit:

$$\frac{r}{f'} = \tan \theta \quad \text{soit, l'angle étant faible: } \theta \approx \frac{r}{f'}$$

2)- Soit (π) le plan d'onde passant par S_2 : depuis le plan d'onde jusqu'à M, il n'y a pas de différence de marche (image géométrique).

On en déduit:

$$\delta = S_1 H = 2e \cdot \cos \theta$$

soit, en développant au second ordre en θ :

$$\delta = 2e \cdot \left(1 - \frac{\theta^2}{2} \right)$$

3)- En M, les ondes arrivent avec le déphasage:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$$

Les deux ondes arrivant en M s'écrivent:

$$s_1 = s_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi)} \quad \text{et} \quad s_2 = s_0 \cdot e^{i\omega t}$$

Elles sont cohérentes entre elles: la vibration résultante s'écrit:

$$s = s_1 + s_2 = s_0 \cdot e^{i\omega t} \cdot (1 + e^{i\varphi})$$

et l'intensité résultante:

$$I = K \cdot s \cdot \bar{s} = K s_0^2 \cdot (1 + e^{i\varphi})(1 + e^{-i\varphi}) = K s_0^2 \cdot (2 + e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}) = 2K s_0^2 \cdot (1 + \cos \varphi)$$

L'intensité maximum est alors $4K \cdot s_0$, d'où:

$$I = I_0 \cdot \left(1 + \cos \left[\frac{4\pi e}{\lambda} \left(1 - \frac{r^2}{2 f'^2} \right) \right] \right)$$

L'intensité est constante si r est constante: l'intensité est constante à la distance constante du foyer F' : les franges d'interférences ont la forme d'anneaux circulaires.

4)- Par définition, l'ordre d'interférence s'écrit:

$$q = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2e}{\lambda} \cdot \left(1 - \frac{\theta^2}{2} \right)$$

Au centre, $q_0 = \frac{2e}{\lambda}$. L'ordre en M s'écrit alors:

On en déduit:

$$q = q_0 - \frac{2e}{\lambda} \cdot \frac{\theta^2}{2} = q_0 - \frac{e}{\lambda f'^2} \cdot r^2$$

C'est bien la forme de l'expression proposée, avec:

$$K = \frac{e}{\lambda \cdot f'^2}$$

5)- Numériquement, on trouve pour l'ordre au centre:

$$q_0 = 1000$$

Le déphasage s'écrit: $\varphi = 2\pi \cdot q$. Lorsque l'ordre est entier, les deux vibrations sont en phase, et on a un maximum d'intensité. L'ordre au centre étant entier, on a un point lumineux au centre. Le $n^{\text{ième}}$ anneau brillant à partir du centre a l'ordre $q_0 - n$. Il a donc un rayon r_n , tel que:

$$q_0 - n = q_0 - \frac{e}{\lambda \cdot f'^2} \cdot r_n^2$$

On en déduit:

$$r_n = \sqrt{\frac{\lambda f'^2}{e} \cdot \sqrt{n}}$$

D'où les rayons des trois premiers anneaux brillants:

$$r_1 = \sqrt{\frac{\lambda f'^2}{e}} \quad r_2 = r_1 \sqrt{2} \quad \text{et} \quad r_3 = r_1 \sqrt{3}$$

Numériquement on trouve:

$$r_1 = 44,7 \text{ mm} ; \quad r_2 = 63,2 \text{ mm} ; \quad r_3 = 77,4 \text{ mm}$$

II- Michelson

1)- Voir la construction: on construit S_1 comme l'image de S à travers (M_1) , puis à travers la séparatrice (SP). S_2 est l'image de S à travers la séparatrice, puis (M_2) .

2)- On déduit de la construction précédente:

$$O_2 S_2 = SI + IO_2 \quad \text{soit} \quad IS_2 = SI + 2IO_2$$

$$IS_1 = SI + 2IO_1$$

On en déduit:

$$S_1 S_2 = 2IO_1 - 2IO_2 \quad \text{soit} \quad S_1 S_2 = 2e$$

3)- En cas de source étendue, les anneaux restent visibles à l'infini, c'est-à-dire au foyer de la lentille; (lieu de localisation).

L'ordre des anneaux varie avec l'inclinaison θ des rayons sur l'axe: il faut donc éviter les rayons parallèles qui auront la même inclinaison sur l'axe.

On préférera un faisceau convergent qui donnera moins de pertes lumineuses, donc une meilleure luminosité.

4-

On observe maintenant l'intensité au centre de la figure: on a alors $\theta = 0$, donc une intensité:

$$I = 2I_0 \cdot \left(1 + \cos \frac{4\pi e}{\lambda} \right)$$

lorsque le miroir (M_1) défile, l'intensité variera de 0 à $2I_0$.

5)-

Les deux composantes du doublet sont incohérentes entre elles: on observera donc une intensité I qui est la somme des intensités I_1 et I_2 envoyées par chacune des raies du doublet:

$$I_1 = 2I_0 \cdot \left(1 + \cos \frac{4\pi e}{\lambda_0}\right) \quad \text{et} \quad I_2 = 2I_0 \cdot \left(1 + \cos \frac{4\pi e}{\lambda_1}\right)$$

soit:

$$I = 2I_0 \cdot \left(2 + \cos \frac{4\pi e}{\lambda_0} + \cos \frac{4\pi e}{\lambda_1}\right)$$

Qui s'écrit, en transformant la somme de cos en un produit:

$$I = 4I_0 \cdot \left[1 + \cos \left(2\pi e \left(\frac{1}{\lambda_0} + \frac{1}{\lambda_1}\right)\right) \cdot \cos \left(2\pi e \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_1}\right)\right)\right]$$

$\lambda_1 = \lambda_0 + \delta\lambda$ avec $\delta\lambda \ll \lambda_0$. En négligeant les termes du premier ordre en $\frac{\delta\lambda}{\lambda_0}$, l'expression précédente s'écrit:

$$I = 4I_0 \cdot \left[1 + \cos \frac{2\pi e \cdot \delta\lambda}{\lambda_0^2} \cdot \cos \frac{4\pi e}{\lambda_0}\right]$$

On trouve bien la forme proposée par l'énoncé, avec:

$$V = \cos \frac{2\pi e \cdot \delta\lambda}{\lambda_0^2}$$

V varie beaucoup plus lentement que l'autre terme en cos: on a donc une oscillation de l'intensité dont l'amplitude est modulée par V: on aura un brouillage chaque fois que V s'annulera, c'est-à-dire lorsque, k étant un entier positif, on aura :

$$\frac{2\pi e}{\lambda_0^2} \cdot \delta\lambda = (2k+1) \frac{\pi}{2}$$

Les brouillages seront donc observés chaque fois que:

$$e = \frac{(2k+1)\lambda_0^2}{4\delta\lambda}$$

Entre deux brouillages successifs, k varie de une unité: on aura donc:

$$e_k = \frac{2k+1}{4\delta\lambda} \cdot \lambda_0^2 \quad \text{et} \quad e_{k+1} = \frac{2k+3}{4\delta\lambda} \cdot \lambda_0^2$$

e aura donc varié de:

$$\delta e = \frac{\lambda_0^2}{2\delta\lambda}$$

Entre les deux longueurs d'onde du doublet, il y a donc la différence:

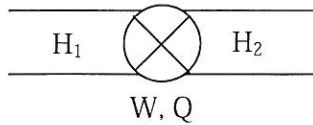
$$\delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2\delta e}$$

Numériquement:

$$\delta\lambda = 0,6 \text{ nm}$$

Principe d'une pompe à chaleur

Ecoulement d'un fluide en régime permanent:



Chaque kg de fluide échange avec la machine la chaleur Q et le travail W , tels que:

$$W + Q = H_2 - H_1$$

1)- Compresseur:

On a une compression adiabatique et réversible, et qui suit donc la loi de Laplace: si V_1 et V_2 sont les volumes molaires du fluide en amont et en aval du compresseur, elle s'écrit:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$$

Avec, selon l'équation d'état des gaz parfaits:

$$V_1 = \frac{RT_1}{p_1} \quad \text{et} \quad V_2 = \frac{RT_2'}{p_2}$$

La loi de Laplace s'écrit donc:

$$p_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = p_2^{1-\gamma} T_2'^\gamma$$

On en déduit:

$$T_2' = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Numériquement, on trouve:

$$T_2' = 317,7 \text{ K}$$

La compression est adiabatique, donc sans échange de chaleur: $\Delta H = W$. On en déduit:

$$W = C_p \cdot (T_2' - T_1) \quad \text{ou} \quad W = C_p T_1 \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]$$

Numériquement:

$$W = 31490 \text{ J}$$

2)- Condenseur:

Il n'y a pas d'échange de travail; on en déduit: $Q_2 = \Delta H$.

Dans un premier temps, le gaz est refroidi de T_2' à T_2 :

$$\Delta H_1 = C_p \cdot (T_2 - T_2')$$

Puis il est entièrement condensé à la température T_2 :

$$\Delta H_2 = -L_{v2}$$

On a donc:

$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 \quad \text{soit:} \quad Q_2 = C_p \cdot (T_2 - T_2') - L_{v2}$$

Numériquement, on trouve:

$$Q_2 = -226687 \text{ J}$$

3)- Détendeur:

Il n'y a ni échange de travail, ni échange de chaleur: la détente est isenthalpique: $\Delta H = 0$

On peut considérer qu'il y a dans un premier temps refroidissement du liquide de T_2 à T_1 , puis une vaporisation de x kg de liquide à T_1 . (C'est un chemin arbitraire, mais tous les chemins donneront la même variation d'enthalpie qui est une fonction d'état).

Dans le premier temps:

$$\Delta H_1 = C \cdot (T_1 - T_2)$$

Dans le second temps:

$$\Delta H_2 = x \cdot L_{v1}$$

On en déduit:

$$C \cdot (T_1 - T_2) + x \cdot L_{v1} = 0 \quad \text{d'où:} \quad x = \frac{C \cdot (T_2 - T_1)}{L_{v1}}$$

Soit, numériquement:

$$X = 0,23 \text{ kg}$$

4)- Evaporateur:

Il n'y a pas d'échange de travail, donc $\Delta H = Q_1$. Cet échange se fait au cours de la vaporisation de $1 - x$ kg de liquide à la température T_1 :

$$Q_1 = (1 - x) \cdot L_{v1} \text{ ou, en explicitant } x: Q_1 = L_{v1} - C \cdot (T_2 - T_1)$$

Numériquement:

$$Q_1 = 200000 \text{ J}$$

II- Application:

1)- L'eau de la nappe doit céder la quantité de chaleur Q_1 au fluide frigorigène, en abaissant sa température de 285 à 281 K, soit de 4 degrés: on en déduit:

$$-Q_1 = m_1 C_0 \cdot (281 - 285) = -4m_1 \cdot C_0$$

Soit:

$$m_1 = \frac{Q_1}{4C_0} \quad m_1 = 12 \text{ kg}$$

2)- On a de la même façon pour l'eau de chauffage:

$$Q_2 = m_2 C_0 \cdot (308 - 298)$$

soit

$$m_2 = \frac{Q_2}{10C_0} \quad m_2 = 5,4 \text{ kg}$$

3)- Par définition du rendement, si W' est l'énergie électrique consommée par kg de fluide frigorigène, on a:

$$\frac{W}{W'} = 0,8 \quad \text{soit} \quad W' = \frac{W}{0,8} = 39363 \text{ J}$$

4)- on en déduit l'efficacité de la pompe à chaleur:

$$e = \frac{|Q_2|}{W'} \quad e = 5,1$$