

7°) *Temps d'attente pour atteindre le bord du carré*

On désigne par T la fonction indiquant l'instant $n \in \mathbb{N}$ où, *pour la première fois*, l'individu atteint le bord du carré C , c'est-à-dire où l'événement $X_n = B$ est réalisé *pour la première fois*.

a) Montrer, pour tout entier naturel n , que $\mathbb{P}(T \leq n) = \mathbb{P}(X_n = B)$.

b) Pour tout entier naturel n , en déduire $\sum_{k=0}^n \mathbb{P}(T = k)$, puis $\sum_{n=0}^{+\infty} \mathbb{P}(T = n) = 1$.

Ainsi, on peut considérer la fonction T comme une variable aléatoire discrète.

c) Pour $n \geq 1$, exprimer l'événement $(T = 2n)$ à l'aide des événements $(X_{2n} = B)$ et $(X_{2n-1} = 1)$.

En déduire $\mathbb{P}(T = 2n)$ en fonction de n pour $n \geq 1$.

d) A l'aide d'un raisonnement analogue, déterminer $\mathbb{P}(T = 2n + 1)$ en fonction de n pour $n \geq 1$.

e) Déduire des résultats de la partie I l'espérance et la variance de la variable aléatoire T .

Fin de l'épreuve